

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje

DIPLOMSKI RAD

Mentor

Prof. dr.sc. Željko Bogdan

Milan Vujanović

Zagreb, 2003.

SAŽETAK

U diplomskom radu prikazana je računalna simulacija strujanja u generatoru pare na otpadnu toplinu koji je dio kombiniranog plinsko-parnog turbinskog postrojenja.

U posljednje vrijeme u svijetu, sve se više grade kombinirana plinsko-parna turbinska postrojenja. Njihov dosadašnji razvoj pridonio je tomu da su to postrojenja s najvećom korisnosti koja se primjenjuju za proizvodnju električne energije. S obzirom na to, u prvom dijelu ovog rada izneseni su osnovni procesi i svojstva kombiniranih plinsko-parnih turbinskih postrojenja s prikazom njihovog dosadašnjeg i daljnjeg razvoja.

U drugom dijelu diplomskog rada, korištenjem AVL-ovog programskog paketa "CFD Workflow Manager" računalno je modelirano i numerički riješeno trodimenzionalno strujanje u kompleksnoj geometriji generatora pare na otpadnu toplinu. Programski paket "CFD Workflow Manager" sastoji se od predprocesora "FAME", solvera "SWIFT" i postprocesora "IMPRESS". Korištenjem predprocesora "FAME" generirana je mreža kontrolnih volumena za kompleksnu geometriju generatora pare. Zatim je izvedena numerička simulacija korištenjem programskog paketa "SWIFT", a dobiveni rezultati prikazani su korištenjem postprocesora "IMPRESS".

Unutar rada prikazan je matematički model na kojem se temelji korišteni programski paket "SWIFT" i ukratko je objašnjeno modeliranje turbulencije k- ϵ modelom.

SUMMARY

CFD simulation of flow in a heat recovery steam generator, which is a part of combined gas-steam turbine power plant, is presented in this diploma thesis.

In recent times in the world, more and more combined gas-steam turbine power plants are being built. Former development of combined gas-steam turbine power plants has made a contribution that they became power plants with the biggest exploitation in electricity production reached until today. Acknowledging that, in the first section of the diploma thesis, basic processes and characteristics of combined gas-steam turbine power plants have been stated together with the survey of their former and further development.

Furthermore, in a second section of the diploma thesis, three-dimensional flow in a complex geometry of heat recovery steam generator has been modelled and numerically solved using software package "CFD Workflow Manager". The "CFD Workflow Manager" integrates the preprocessor "FAME", solver "SWIFT" and the postprocessor "IMPRESS" into a common tool. The volume mesh required for modelling the complex geometrical details of the heat recovery steam generator has been created using the mesh tool "FAME". The calculation has been done using the solver "SWIFT", and results have been visualized using postprocessor "IMPRESS".

The mathematical model of the "SWIFT" is presented in this thesis as well as k- ϵ turbulence model.

SADRŽAJ:

POPIS SLIKA	6
POPIS TABLICA	8
POPIS OZNAKA.....	9
IZJAVA	12
1. UVOD	13
2. KOMBINIRANA PLINSKO-PARNA TURBINSKA POSTROJENJA.....	15
2.1. UVOD	15
2.2. OSNOVNA SVOJSTVA KOMBI-POSTROJENJA.....	16
2.3. OSNOVNE IZVEDBE KOMBI-POSTROJENJA	19
2.4. STUPANJ KORISNOSTI KOMBI-POSTROJENJA.....	23
2.5. PRIMJERI IZVEDENIH SUVREMENIH KOMBINIRANIH PLINSKO-PARNIH TURBINSKIH POSTROJENJA VEĆIH SNAGA	26
3. OSNOVE O RAČUNALNOJ DINAMICI FLUIDA.....	29
3.1. INŽENJERSKE METODE RJEŠAVANJA PROBLEMA PRIJENOSA TOPLINE I MASE... 29	
3.2. NUMERIČKA RAČUNALNA SIMULACIJA	30
3.3. NUMERIČKE METODE	31
3.4. OSNOVNE JEDNADŽBE DINAMIKE PLINOVA	32
3.4.1. <i>Materija i kontinuum</i>	32
3.4.2. <i>Opći oblik osnovnih fizikalnih zakona</i>	32
3.4.3. <i>Reynoldsov transportni teorem</i>	36
3.4.4. <i>Zakon održanja mase (jednadžba kontinuiteta)</i>	37
3.4.5. <i>Zakon količine gibanja</i>	39
3.4.6. <i>Zakon momenta količine gibanja</i>	41
3.4.7. <i>Zakon održanja energije</i>	43
3.4.8. <i>Konstitutivne relacije</i>	46
3.4.8.1. <i>Newtonov zakon viskoznosti</i>	46

3.4.8.2. Fourierov zakon provođenja	47
3.4.8.3. Koeficijent toplinske vodljivosti	47
3.4.9. Sustav diferencijalnih jednažbi za stacionarno, stlačivo, viskozno strujanje fluida.....	48
3.5. NUMERIČKI MODEL TURBULENTNOG STRUJANJA	49
3.5.1. Osnove o turbulentnom strujanju	49
3.5.2. Matematički model turbulencije	50
3.5.2.1. Usrednjavanje transportnih jednažbi	50
3.5.2.2. K- ϵ model turbulencije	54
3.5.2.3. Zidne funkcije.....	55
4. RAČUNALNA SIMULACIJA STRUJANJA U GENERATORU PARE NA OTPADNU TOPLINU	57
4.1. UVOD	57
4.2. GENERIRANJE MREŽE KONTROLNIH VOLUMENA	58
4.3. DEFINIRANJE PARAMETARA POTREBNIH ZA IZRAČUNAVANJE STRUJANJA	64
4.4. MODELIRANJE IZMJENJIVAČA TOPLINE	67
5. REZULTATI.....	71
6. ZAKLJUČAK.....	92
7. LITERATURA.....	93

POPIS SLIKA

Slika 2.1. Pojednostavljena shema kombiniranog postrojenja	16
Slika 2.2. Toplinski proces u T-s dijagramu	17
Slika 2.3. Usporedba stupanja korisnosti za plinsko, parno, kombinirano i nuklearno postrojenje	18
Slika 2.4. Kombi-procesa s jednotlačnim generatorom pare	19
Slika 2.5. T-Q dijagram za kombi-proces s jednotlačnim generatorom pare	20
Slika 2.6. Kombi-procesa s trotlačnim generatorom pare	21
Slika 2.7. Kombi-procesa s dodatnim izgaranjem goriva u generatoru pare	22
Slika 2.8. Korisnost plinskog turbinskog postrojenja u funkciji temperature plinova izgaranja koji ulaze i izlaze iz turbine	25
Slika 2.9. Korisnost kombi-procesa u funkciji temperature plinova izgaranja koji ulaze i izlaze iz plinske turbine	26
Slika 2.10. Kombi proces snage 351 MW s trotlačnim generatorom pare	27
Slika 3.1. Turbulentne fluktuacije fizikalne veličine φ	50
Slika 4.1. Generator pare podjeljen u tri dijela (A,B,C-dio)	58
Slika 4.2. Mreža kontrolnih volumena prvog dijela	59
Slika 4.3. Prikaz mreže prvog dijela prije spajanja tehnikom “conform connection”	59
Slika 4.3. Prikaz mreže prvog dijela poslije spajanja tehnikom “conform connection”	60
Slika 4.4. Mreža kontrolnih volumena drugog dijela generatora pare	61
Slika 4.5. Kompleksna geometrija trećeg dijela generatora pare	61
Slika 4.6. Mreža kontrolnih volumena trećeg dijela generatora pare	62
Slika 4.6. Mreža kontrolnih volumena oko gorionika	62
Slika 4.7. Mreža kontrolnih volumena cijeloga generatora pare	63
Slika 4.8. Rubni uvjeti	65
Slika 4.9. Položaj izmjenjivača topline u generatoru pare	67
Slika 4.10. Fotografija izmjenjivača topline	68
Slika 4.11. Mreža kontrolnih volumena izmjenjivača topline	68
Slika 4.12. Ulazna, izlazna i srednje vrijednosti temperatura u izmjenjivaču topline	70
Slika 5.1. Distribucija apsolutnog tlaka u generatoru pare	71
Slika 5.2. Distribucija apsolutnog tlaka u vertikalnoj ravnini generatoru pare	72
Slika 5.3. Distribucija relativnog tlaka u vertikalnoj ravnini generatoru pare	73

Slika 5.4. Trodimenzionalna distribucija relativnog tlaka u generatoru pare.....	74
Slika 5.5. Distribucija brzina strujanja u generatoru pare	75
Slika 5.6. Distribucija brzina strujanja u vertikalnoj ravnini generatoru pare.....	76
Slika 5.7. Trodimenzionalna distribucija brzina strujanja u generatoru pare, gdje bočna ravnina siječe generator pare kroz os srednjega gorionika.....	77
Slika 5.8. Trodimenzionalna distribucija brzina strujanja u generatoru pare, gdje bočna ravnina siječe generator pare između drugog i trećeg gorionika.....	78
Slika 5.9. Trodimenzionalna distribucija brzina strujanja u donjem dijelu generatoru pare	79
Slika 5.10. Trodimenzionalna distribucija brzina strujanja u generatoru pare ispred poroziteta.....	80
Slika 5.11. Trodimenzionalna distribucija brzina strujanja u generatoru pare iznad gorionika, $z=11$ m.....	81
Slika 5.12. Trodimenzionalna distribucija brzina strujanja u generatoru pare iznad gorionika, $z=15$ m.....	82
Slika 5.13. Trodimenzionalna distribucija brzina strujanja u generatoru pare iznad gorionika, $z=18$ m.....	83
Slika 5.14. Distribucija vektora brzina strujanja u donjem dijelu generatora pare	84
Slika 5.15. Distribucija vektora brzina strujanja oko gorionika.....	84
Slika 5.17. Distribucija vertikalne komponente brzine strujanja-w	85
Slika 5.18. Distribucija temperature u vertikalnoj ravnini generatora pare.....	86
Slika 5.19. Trodimenzionalna distribucija temperature s dvije međusobno okomite vertikalne presječne ravnine	88
Slika 5.20. Trodimenzionalna distribucija temperature s horizontalnom presječnom ravninom ispred izmjenjivača topline.....	89
Slika 5.21. Trodimenzionalna distribucija temperature s horizontalnom presječnom ravninom po sredini izmjenjivača topline	90
Slika 5.22. Trodimenzionalna distribucija temperature s horizontalnom presječnom ravninom iznad izmjenjivača topline.....	91

POPIS TABLICA

Tablica 1. Usporedba karakteristika plinskih turbina pojedinih proizvođača 28

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
A	m^2	površina
c_p	J/kg K	specifična toplina
$C_{1\varepsilon}$	-	empirička konstanta k- ε modela turbulencije
$C_{2\varepsilon}$	-	empirička konstanta k- ε modela turbulencije
C_μ	-	empirička konstanta k- ε modela turbulencije
e	J/kg	specifična energija
f	m/s^2	specifična masena sila
h	J/kg	specifična entalpija
k	m^2/s^2	turbulentna kinetička energija
l_t	m	karakteristična turbulentna duljina
L	m	visina poroziteta
M	-	Mach-ov broj
n_i	-	jedinični vektor normale
p	Pa	tlak
Pr	-	Prandtlov broj
P_k	kg/s^3m	produkcija turbulentne kinetičke energije
P_{pa}	W	električna snaga parne turbine
P_{pl}	W	električna snaga plinske turbine
P_{ps}	W	snaga pomoćnih sustava kombi-postrojenja
q	W/m^2	gustoća toplinskog toka
Q	W	toplinski tok
Q_{pa}	W	dovedena toplinska snaga za dogrijavanje parnog procesa
Q_{pl}	W	dovedena toplinska snaga u plinskom procesu
S		izvor fizikalne veličine
t	s	vrijeme
T	K	temperatura

Oznaka	Jedinica	Opis
T_{ij}	N/m^2	tenzor naprezanja
u	m/s	brzina u smjeru x-osi
	J/kg	unutrašnja energija
v	m/s	brzina
	m/s	brzina u smjeru y-osi
V	m^3	volumen
w	m/s	brzina u smjeru z-osi
x	m	prostorna koordinata
y	m	prostorna koordinata
z	m	prostorna koordinata
α	$1/m^2$	parametar poroznosti
β	W/m^3K	volumenski koeficijent prolaza topline
δ_{ij}	-	jedinični tenzor (Kroneckerov δ)
ε	m^2/s^3	disipacija turbulentne kinetičke energije
ε_{ijk}	-	antisimetričan tenzor trećeg reda
ζ	$1/m$	dinamički koeficijent pada tlak
η	-	korisnost kombi-procesa
λ	$W/m K$	koeficijent toplinske vodljivosti
μ	$Pa s$	dinamički koeficijent viskoznosti
μ_{eff}	$Pa s$	koeficijent efektivne viskoznosti
μ_t	$Pa s$	koeficijent turbulentne viskoznosti
μ_v	$Pa s$	dinamički koeficijent volumenske viskoznosti
ρ	kg/m^3	gustoća
σ_i	N/m^2	vektor naprezanja
σ_h	-	Prandtl-Schmidtov broj
Σ_{ij}	N/m^2	tenzor viskoznih naprezanja
τ	s	vrijeme
φ	-	fizikalna veličina
Φ	-	fizikalna veličina

Dijakritički znakovi

'	pulzirajuća komponenta fizikalne veličine, Reynoldsovo usrednjavanje
"	pulzirajuća komponenta fizikalne veličine, Favreovo usrednjavanje
—	usrednjena komponenta fizikalne veličine, Reynoldsovo usrednjavanje
~	usrednjena komponenta fizikalne veličine, Favreovo usrednjavanje

IZJAVA

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno na temelju znanja stečenih na Fakultetu strojarstava i brodogradnje i služeći se navedenom literaturom.

Zahvaljujem se mentoru prof. dr. sc. Željku Bogdanu i doc. dr. sc. Nevenu Duiću na pruženoj pomoći za vrijeme izrade ovog diplomskog rada.

Zahvaljujem se mr. sc. Goranu Mirkoviću koji mi je omogućio korištenje računala visokih hardverskih performansi bez kojeg ne bi bilo moguće izvesti ovaj rad.

Na kraju zahvalio bih se dr. Reinhardu Tatschlu, dr. Peteru Prieschingu i dr. Martinu Pogoreutzu na savjetima i podacima koje su mi dali na uvid i korištenje.

Milan Vujanović

1. UVOD

Opskrba energijom preduvjet je privrednog razvoja i standarda stanovništva. Svakom razvoju privrede i društva potrebna je odgovarajuća energija i upravo zbog toga racionalno gospodarenje energijom jedna je od ključnih pretpostavki održivog razvoja. Stalni porast cijena fosilnih goriva ali i spoznaja da su na raspolaganju njihove rezerve ograničene, prisiljavaju proizvođače, znanstvenoistraživačke institucije i korisnike termoenergetskih postrojenja da traže nove mogućnosti za racionalniju upotrebu raspoloživa goriva za proizvodnju električne i toplinske energije. Jedna od mogućnosti racionalnije upotrebe primarne energije za proizvodnju električne i toplinske energije je spajanje plinskog i parnog turbinskog postrojenja u kombi–proces. Prednost takvog procesa je prije svega u velikom stupnju korisnosti te samim time i ekonomskoj i ekološkoj prihvatljivosti njihove upotrebe.

U posljednje vrijeme, odgovarajući na visoku cijenu goriva i visoke zahtjeve za očuvanje čovjekova okoliša, posebno značajan razvoj postigla su kombinirano plinsko-parna turbinska postrojenja. Taj razvoj im je omogućio da su ona danas postala najekonomičnija i najperspektivnija postrojenja za opskrbu električne i toplinske energije. Serijska proizvodnja plinskih turbina s generatorima pare na otpadnu toplinu zamijenila je individualnu proizvodnju parnih postrojenja. Vrijeme izgradnje takvih elektrana skratilo se na nekoliko desetaka mjeseci. Investicijski troškovi i troškovi održavanja su puno niži u usporedbi sa termoelektoranama na ugljen i nuklearnim elektoranama. Visoka ekonomičnost i zadovoljenje sve strožih propisa za očuvanje čovjekova okoliša omogućila je kombiniranim plinsko-parnim turbinskim postrojenjima da mnoge zemlje u svijetu za razvoj svoje energetike odaberu njih kao jedno od najprihvatljivijih rješenja. Kao primjer možemo uzeti SAD gdje je u 1998. i 1999. godini naručeno više od 2000 plinskih turbina ukupnog učina većeg od 100 GW. Taj se trend u 2000. i 2001. godini samo nastavio [1]. U sljedećih desetak godina predviđa se da će više od 60% od novih instalacija biti kombinirana plinsko-parna turbinska postrojenja [2].

Važnu ulogu na takav razvoj imala je računalna numerička simulacija fizikalnih procesa u raznim dijelovima kombi-postrojenja [3-6]. Danas, većina proizvođača za analizu fizikalnih procesa koristi računalnu simulaciju (eng. *Computational Fluid Dynamics-CFD*) koja je postala neizbježna u procesu projektiranja i istraživanja fenomena prijenosa topline i mase. Pored tradicionalnih metoda eksperimentalnog i klasičnog-teorijskog pristupa, potpuno ravnopravno je pridodana numerička simulacija.

Numerička simulacija je naučna disciplina koja se temelji na simultanom numeričkom rješavanju parcijalnih diferencijalnih jednačini koje opisuju zakone o održanju mase, količine gibanja, energije, turbulentnih karakteristika, itd. Osnovna ideja numeričke simulacije je da se na računaru vjerodostojno simuliraju prirodni fizikalni zakoni i procesi koji se odvijaju u inženjerskim sustavima.

Danas, numerička simulacija se nameće kao neizostavni alat prilikom razvoja proizvoda u cilju povećanja konkurentnosti proizvoda na domaćem i stranom tržištu. Njezinom primjenom skraćuje se sveobuhvatno eksperimentalno istraživanje koje rezultira visokom cijenom i velikim utroškom vremena. Međutim, računalnu simulaciju ne treba shvatiti kao zamjenu za eksperiment, već kao izvrsnu nadopunu samog eksperimenta koja rezultira smanjenjem troškova i vremena cjelokupnog razvoja.

2. KOMBINIRANA PLINSKO-PARNA TURBINSKA POSTROJENJA

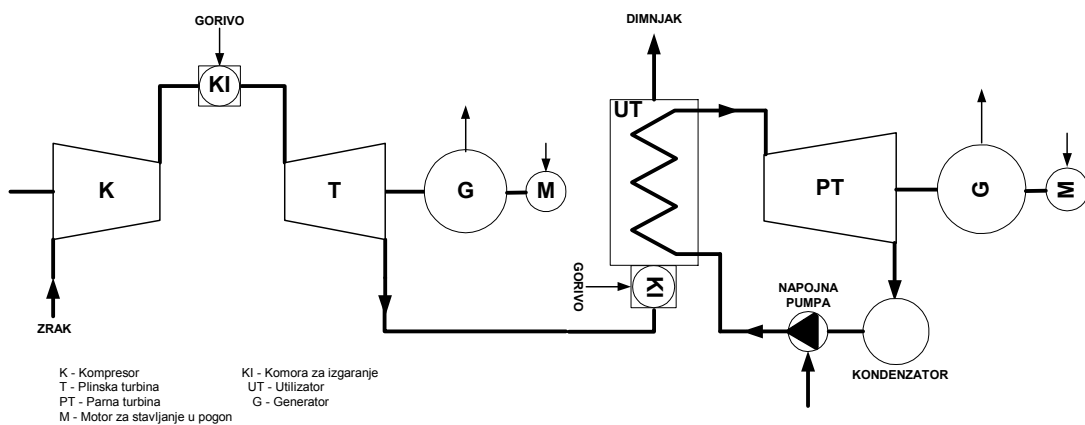
2.1. Uvod

Energija je nužan resurs za tehnički i ekonomski razvoj suvremenog svijeta. Radi dobrog gospodarenja energijom, kao i svakim drugim materijalnim dobrom, teži se što je moguće većem smanjenju potrošnje energije za ostvarenje jednakih koristi od potrošene energije.

Danas, pri izboru energetske postrojenja, ne ispituje se treba li nova postrojenja graditi ili ne, jer porast potrošnje energije uvjetuje gradnju novih postrojenja, već se traži ona varijanta gradnje energetske postrojenja koja daje najpovoljnije energetsko-ekonomske rezultate. Međutim, kako planiranje energetskog sustava nije samo ekonomski i tehnički problem i ne može se odvojiti od prostora i vremena u kojem egzistira, pojavljuju se mnoga ograničenja koja se moraju zadovoljiti, a ona izlaze iz političkog sustava, zakonskih normativa, zaštite okoliša itd. Njihovo zadovoljenje korigira ekonomski optimum, i daje rezultat koji je u promatranom trenutku najprihvatljiviji za čitavo društvo. Upravo danas, jedna od najzastupljenijih postrojenja koja se grade i koriste za proizvodnju električne energije su kombinirana plinsko-parna turbinska postrojenja. Visoka ekonomičnost i zadovoljenje sve strožih propisa za očuvanje čovjekova okoliša omogućila je kombi-procesima široku primjenu u proizvodnji električne energije u poluvršnim i temeljnim opterećenjima.

2.2. Osnovna svojstva kombi-postrojenja

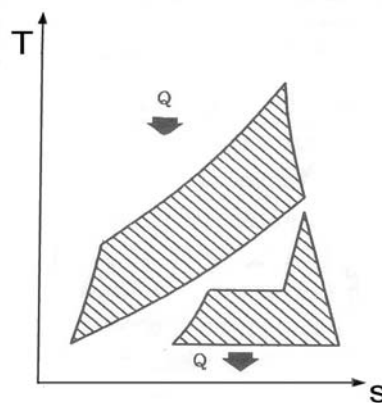
Kombinirana postrojenja baziraju se na kombinaciji plinske i parne turbine odnosno kombinaciji plinskog i parnog turbinskog postrojenja. Osnovna ideja o spajanju plinskog i parnog turbinskog postrojenja je da se iskoristi toplina ispušnih dimnih plinova (plinova izgaranja) iz plinske turbine koja bi u klasičnom plinsko turbinskom postrojenju ostala neiskorištena. Temperatura ispušnih dimnih plinova je relativno visoka i kreće se od 450°C do 650 °C [4] te predstavlja početnu temperaturu u procesu parne turbine. Na taj način moguće je korištenje gotovo cjelokupne toplinske energije u sistemu na različitim temperaturnim nivoima. Najjednostavnija principijelna shema kombi-procesa ovakvog postrojenja dana je na slici 2.1. Ona se sastoji od plinsko turbinskog postrojenja sa kompresorom i plinskom turbinom te od parno turbinskog postrojenja sa parnom turbinom. Ova dva postrojenja imaju jedan zajednički element a to je izmjenjivač topline ili utilizator koji ujedno ima i funkciju generatora pregrijane pare.



Slika 2.1. Pojednostavljena shema kombiniranog postrojenja

Postrojenje funkcioniра na način da se ispušni dimni plinovi iz plinske turbine provode kroz utilizator (generator pare na otpadnu toplinu), gdje predaju svoju toplinu napojnoj vodi koja se pretvara u pregrijanu paru, i izlaze u okoliš.

Pregrijana para odlazi iz generatora pare u parnu turbinu gdje ekspandira i tako odaje koristan mehanički rad generatoru električne struje. Nakon toga para sada već niskih parametara odlazi u kondenzator gdje kondenzira. Nakon kondenzacije pare u vodu, voda se napojnom pumpom odvodi ponovno u generator pare na otpadnu toplinu gdje je kružni Rankineov proces zatvoren. Toplinski proces kombi-procesa prikazan je na slici 2.2.



Slika 2.2. Toplinski proces u T-s dijagramu

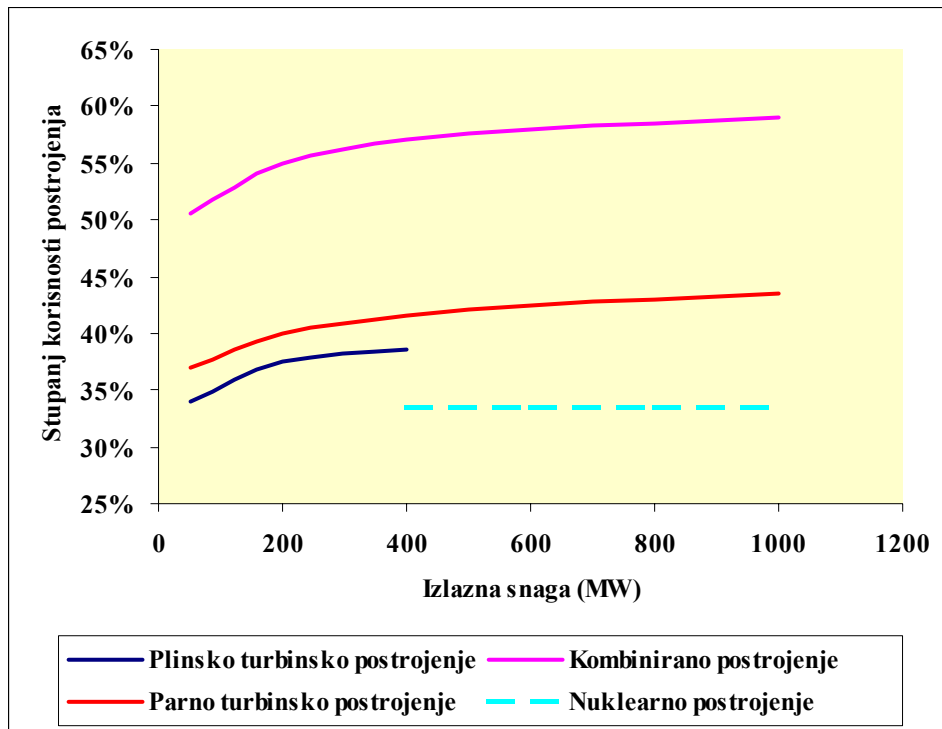
Spajanjem plinskog i parnog turbinskog postrojenja postiže se mnogo veći stupanj korisnosti nego što je u klasičnom plinsko turbinskom postrojenju ili parno turbinskom postrojenju [7, 8].

Kao osnovni razlozi povećanju korisnosti su:

- Dovođenje topline pri znatno višoj temperaturi u odnosu na odvojeni parni proces, pošto se plinski ciklus odvija kod temperatura viših od temperatura u najmodernijim zasebnim parno turbinskim postrojenjima.
- Odvođenje topline pri znatnoj nižoj temperaturi u odnosu na odvojeni plinski proces, što znači da temperatura ohlađenih dimnih plinova koja se kreće oko 140 °C je znatno niža od bilo koje vrste plinsko turbinskog procesa.

U odnosu na ostala klasična termoenergetska postrojenja za proizvodnju električne energije, kombinirana plinsko-parna postrojenja imaju najveću korisnost. Na slici 2.3

prikazana je usporedba neto korisnosti u ovisnosti o izlaznoj snazi postrojenja za termoelektrane s različitim procesima.



Slika 2.3. Usporedba stupanja korisnosti za plinsko, parno, kombinirano i nuklearno postrojenje

Osim visoke korisnosti, jedna od karakteristika plinske turbine je i ta što je kod nje prisutan vrlo visok omjer zrak/gorivo, pa se taj višak zraka može iskoristiti za izgaranje dodatnog goriva neposredno u generatoru pare. Takva mogućnost je prikazana na slici 2.1.

Dosad navedene činjenice govore nam da se kod kombi postrojenja za danu totalnu izlaznu snagu reducira potrebna dovedena energija u odnosu na zasebno plinsko turbinsko ili parno turbinsko postrojenje.

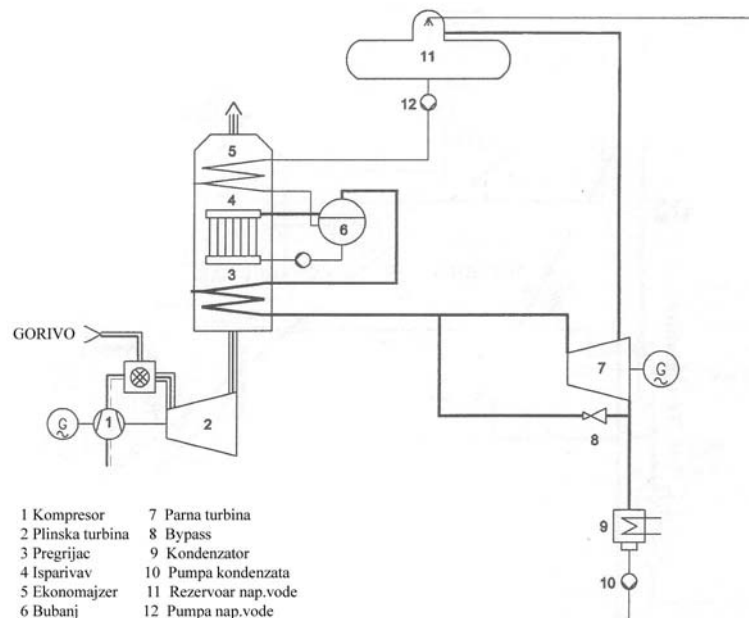
Osim povećanja korisnosti, prednosti kombi postrojenja su i:

- Niži investicijski troškovi
- Kraći rok projektiranja i izgradnje

- Velika fleksibilnost (kratko vrijeme potrebno za puštanje u pogon i dobre karakteristike i pri manjim opterećenjima)
- Niski troškovi održavanja
- Manje zagađenje okoliša odnosno manja emisija štetnih sastojaka produkata sagorijevanja

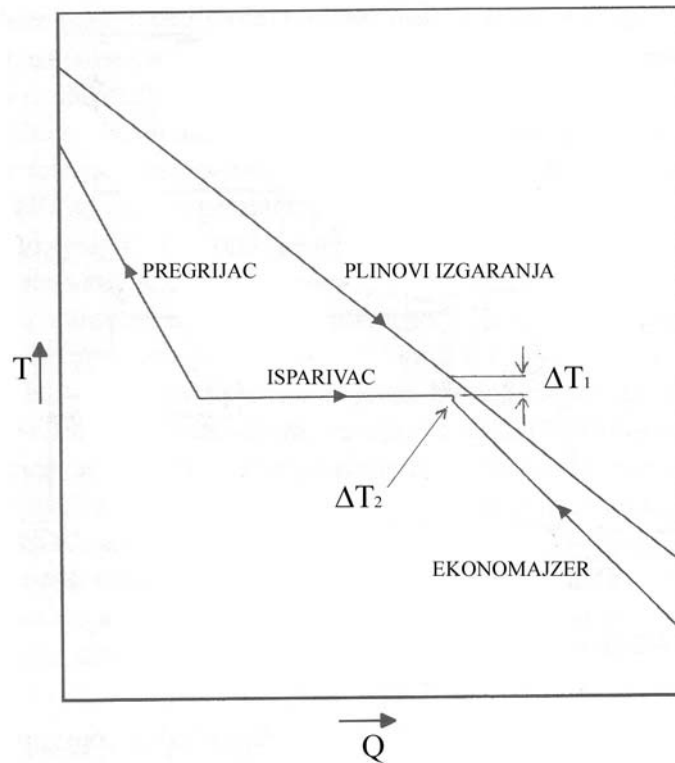
2.3. Osnovne izvedbe kombi-postrojenja

Najjednostavnija izvedba kombi procesa je kombi-proces s jednotlačnim generatorom pare [9, 10]. Parni proces u generatoru pare odvija se s jednim tlakom. Principijelan shema takvog postrojenja dana je na slici 2.4. Postrojenje funkcionira na isti način kao što je objašnjeno na pojednostavljenoj shemi kombiniranog postrojenja (slika 1) osim što se u ovom slučaju generator pare sastoji od tri izmjenjivačke sekcije: ekonomajzera, isparivača i pregrijača pare. U ekonomajzeru (5) napojna voda se grije do temperature koja je blizu točki isparavanja, nakon čega napojna voda odlazi u isparivač (4), gdje isparava pri konstantnoj temperaturi i konstantnom tlaku. Voda i zasićena para se odvajaju u bubnju (6), te para odlazi u pregrijač pare (3) gdje se pregrijava do željene temperatura svježje pare.



Slika 2.4. Kombi-procesa s jednotlačnim generatorom pare

Na slici 2.5 prikazan je T-Q dijagram gdje je izmjena topline u tri različite sekcije jasno prepoznatljiva. Taj dijagram karakterizira raspored temperature dimnih plinova, vode i vodene pare uzduž generatora pare.



Slika 2.5. T-Q dijagram za kombi-proces s jednotlačnim generatorom pare

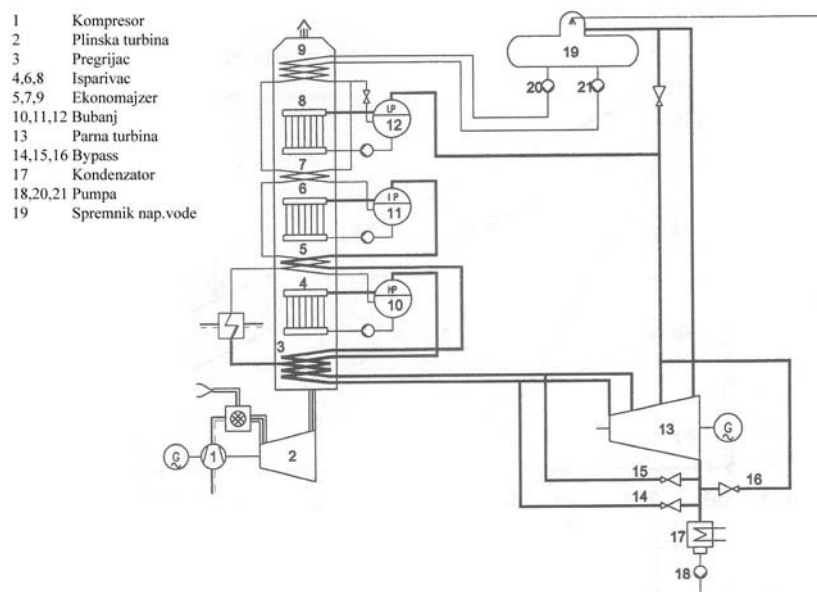
Na dijagramu su označena dva vrlo važna parametra koji definiraju generator pare. A to su ΔT_2 koji definira razliku temperature zasićenja pare u bubnju i temperature vode na izlazu iz ekonomajzera. Ta razlika temperatura je od 5°C do 12°C kako bi se izbjeglo isparavanje u ekonomajzeru.

Drugi važni parametar je ΔT_1 , razlika između temperature vode na izlazu iz isparivača i temperature plinova izgaranja na izlazu iz isparivača. Ovaj parametar je važan pri definiranju izmjenjivačke površine, odnosno niža vrijednost znači veću izmjenjivačku površinu. Smanjivanjem ΔT_1 povisuje se tlak vodene pare za parnu turbinu, što pridonosi povećanju korisnosti cjelokupnog postrojenja. O temperaturnoj razlici ΔT_1

ovisi i temperatura plinova na izlazu iz generatora pare, a o temperaturi plinova ovisi korisnost generatora pare, a time i samog postrojenja. U kombi-procesima ΔT_1 se kreće od 8°C do 15°C , a optimalna vrijednost upravo ovisi o cijeni goriva i o cijeni jedinice površine za izmjenu topline [9].

U posljednje su vrijeme radi povećanja korisnosti gotovo svi kombi-procesi izvode s dvotlačnim ili trotlačnim generatorom pare. Takva postrojenja su skuplja i složenija u odnosu na postrojenja s jednim tlakom, ali su ekonomičnija [2, 9].

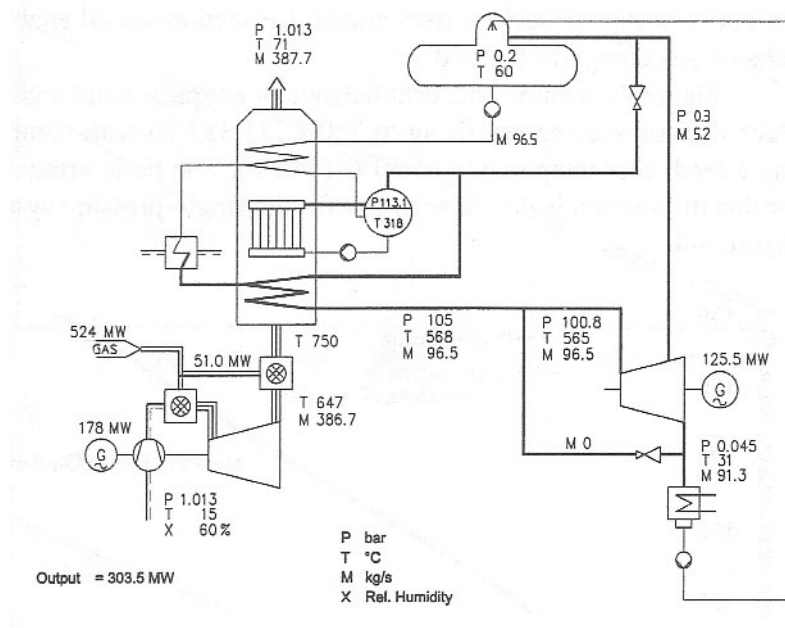
Kombi postrojenje sa trotlačnim generatorom pare prikazan je na slici 2.6. U tom se procesu napojna voda dovodi iz otplinjača pomoću dvije napojne pumpe u dvotlačni ekonomajzer (9) (dio napojne vode dovodi se pod visokim tlakom, a ostali dio pod srednjim tlakom). Na izlazu iz srednjetačnog ekonomajzera, napojna voda se dijeli na dva dijela. Prvi dio napojne vode ulazi u drugi dvotlačni ekonomajzer (7), a drugi dio odlazi u bubanj (12). Para iz bubnja (12) se direktno odvodi u parnu turbinu. Ostali dio napojne vode/pare zatim prolazi kroz srednjetačni i visokotlačni dio generatora pare (ostale ekonomajzere, isparivače i pregrijače pare). Nakon toga dobivena pregrijana para se odvodi u trotlačnu parnu turbinu.



Slika 2.6. Kombi-procesa s trotlačnim generatorom pare

Kombi-proces s dodatnim izgaranjem u generatoru pare prikazan je na slici 2.7. Dodatno izgaranje u generatoru pare se koristi da bi se povećala snaga postrojenja odnosno korisnost. Ispušni plinovi iz plinske turbine dovode se zajedno s gorivom u generator pare, gdje se zbog velikog udjela kisika koriste za izgaranje goriva.

Prijašnjih godina kombi-postrojenja s dodatnim izgaranjem su se koristila mnogo više nego danas (radi dobivanja optimalnih parametara pare i maksimalne korisnosti parnoturbinskog procesa). Razvoj plinskih turbina u posljednjim godinama je bitno napredovao glede povećanja ulazne temperature dimnih plinova koji ulaze u plinsku turbinu i povećanja temperature ispušnih dimnih plinova koji izlaze iz turbine. Upravo razvoj u tom smjeru je utjecao da je isplativije graditi kombi-postrojenja bez dodatnog izgaranja.



Slika 2.7. Kombi-procesa s dodatnim izgaranjem goriva u generatoru pare

Smanjila se razlika između temperature ispušnih dimnih plinova plinske turbine i temperature dimnih plinova dobivenih dodatnim izgaranjem u generatoru pare, pa se na taj način i doprinos dodatnog izgaranja znatno smanjio.

S druge strane, ovakav način kombi-procesa u pojedinim slučajevima ima prednosti, posebno za rekonstrukciju postojećih parnoturbinskih postrojenja većih snaga [11], kod kojih ispušni plinovi iz plinske turbine ne bi bili dovoljni za proizvodnju pare. U ovakvom kombi-procesu mogu se koristiti parnoturbinska postrojenja jedinične snage i spojiti s jednim ili više plinskoturbinskih postrojenja.

Do sada opisani kombi-procesi uglavnom se koriste za dobivanje električne energije. Vrlo često kombi-procesi se koriste za kombiniranu proizvodnju električne i toplinske energije, a takav način proizvodnje nazivamo kogeneracija. Pritom se toplinska energija može koristiti u tehnološkim procesima i procesima grijanja [12].

2.4. Stupanj korisnosti kombi-postrojenja

S obzirom na porast cijene goriva, ali i spoznaja da su na raspolaganju njihove ograničene rezerve, visoki stupanj korisnosti termoenergetskog postrojenja predstavlja preduvjet za postizanje ekonomičnog i perspektivnog postrojenja za proizvodnju električne energije.

Korisnost kombiniranog postrojenja može se definirati kao omjer ukupne električne snage i toplinske snage dovedene u proces:

$$\eta = \frac{P}{Q} = \frac{P_{pl} + P_{pa}}{Q_{pl} + Q_{pa}} \quad (1)$$

gdje je:

P_{pl} - električna snaga plinske turbine

P_{pa} - električna snaga parne turbine

Q_{pl} - dovedena toplinska snaga u plinskom procesu

Q_{pa} - dovedena toplinska snaga za dogrijavanje parnog procesa

Izraz (1) naziva se bruto korisnost kombi-procesa zato što nije uzeta u obzir potrošnja snage na pomoćne sustave postrojenja (P_{ps}) i nisu uzeti u obzir električni gubici.

Ako potrošnju snage na pomoćne sustave uzmemo u obzir tada dobivamo neto iskoristivost kombi procesa koja se definira kao:

$$\eta = \frac{P}{Q} = \frac{P_{pl} + P_{pa} - P_{ps}}{Q_{pl} + Q_{pa}} \quad (2)$$

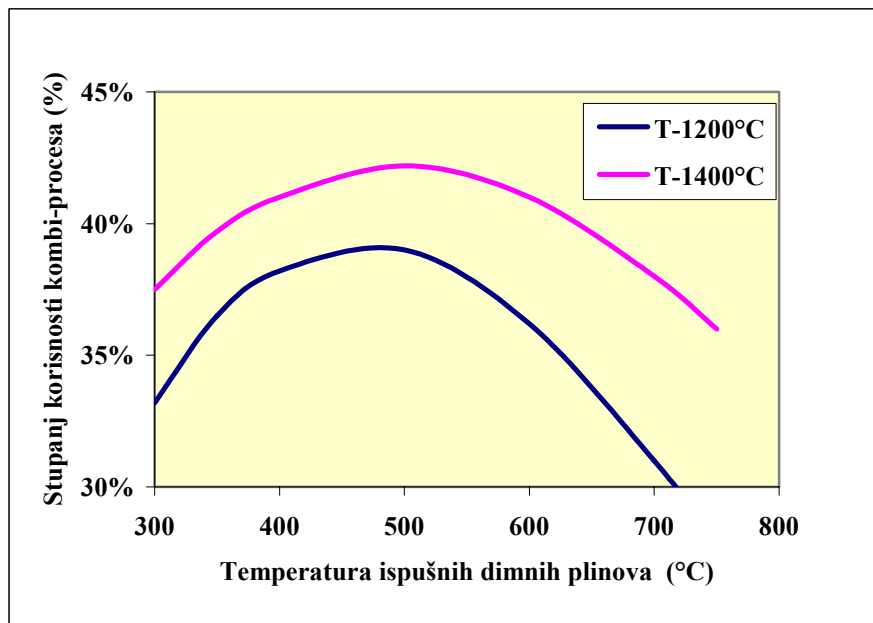
Stupanj korisnosti kombi-procesa najvećim dijelom zavisi od korisnosti plinske turbine, odnosno od temperature plinova izgaranja na ulazu u plinsku turbinu. Što je temperatura plinova izgaranja veća na ulazu u plinsku turbinu to će se i korisnost povećati.

Korisnost kombiniranih plinsko-parnih turbinskih postrojenja u tijeku dosadašnjeg razvoja kontinuirano je rasla. Porastu korisnosti najviše je pridonijelo poboljšanje karakteristika plinskih turbina odnosno povećanje temperature plinova izgaranja na ulazu u turbinu.

Posljednjih godina na tržištu dominiraju plinske turbine klase "F" kod kojih je temperatura plinova izgaranja između 1300-1400°C. Korisnost kombi-procesa klase "F" je 55-57%. Trend povišenja korisnosti kombi-proces nastavlja se i danas tako da na tržištu već postoje i plinske turbine klase "G", koje imaju temperaturu plinova izgaranja oko 1500°C, a stupanj korisnosti kombi procesa je 58 % [2]. Zbog značajnih istraživanja i usavršavanja plinskih turbina i postrojenja u cjelini, predviđa se da će korisnost kombiniranih plinsko-parnih turbinskih postrojenja premašiti 60 % [1, 2].

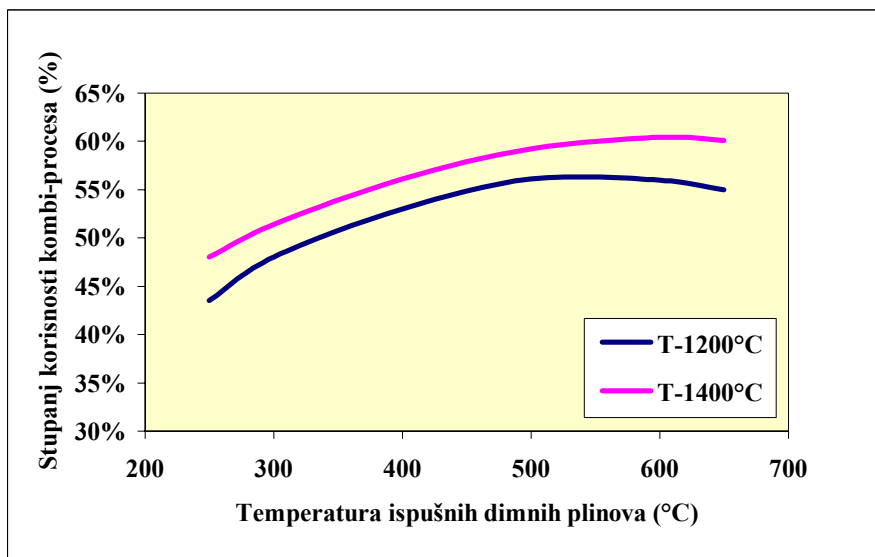
Dosadašnja iskustva su pokazala da optimalna plinska turbina koja se koristi za plinsko turbinsko postrojenje i optimalna plinska turbina za kombinirano plinsko-parno postrojenje nisu iste. Plinska turbina s najvećom korisnosti ne osigurava da ćemo imati optimalno kombinirano plinsko-parno turbinsko postrojenje. Drugim riječima, poboljšavanje korisnosti plinske turbine je nekorisno ukoliko uzrokuje prevelik pad korisnosti na strani parnog procesa.

Na slici 2.8 prikazana je ovisnost između bruto korisnosti i temperature plinova izgaranja koji izlaze iz turbine plinskog turbinskog postrojenja kao funkcija temperature plinova izgaranja koji ulaze u plinsku turbinu. Najveća korisnost postiže se kada je temperatura ispušnih plinova relativno niska.



Slika 2.8. Korisnost plinskog turbinskog postrojenja u funkciji temperature plinova izgaranja koji ulaze i izlaze iz turbine

Sveukupni stupanj korisnosti kombi-procesa prikazan je na slici 2.9, a temelji se na istoj plinskoj turbini koja je dana na slici 2.8. U usporedbom sa slikom 2.8 optimalna točka korisnosti je pomaknuta prema višim temperaturama ispušnih dimnih plinova, što znači da plinska turbina u takvom postrojenju nema maksimalnu vrijednost korisnosti, ali se zato postiže veća sveukupna korisnost postrojenja [9].



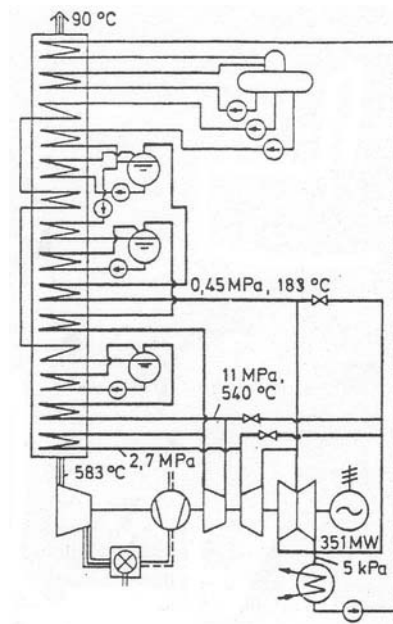
Slika 2.9. Korisnost kombi-procesa u funkciji temperature plinova izgaranja koji ulaze i izlaze iz plinske turbine

2.5. Primjeri izvedenih suvremenih kombiniranih plinsko-parnih turbinskih postrojenja većih snaga

Izgradnja kombiniranih plinsko-parnih turbinskih postrojenja tekla je paralelno s izgradnjom plinskoturbinskih postrojenja. Prvo plinskoturbinsko postrojenje bilo je instalirano u elektroenergetskom sustavu SAD 1949 godine, a bilo je u sastavu kombi-procesa. U početnoj etapi razvoja kombi-procesa, plinskoturbinska postrojenja imala su umjerenu početnu temperaturu od 600 do 800°C i jediničnu snagu do 30MW. Korisnost takvih kombi-procesa bila je oko 5 do 6 % veća od klasičnih parnoturbinskih postrojenja [10]. Nagli razvoj izgradnje kombi procesa u elektroenergetskim sustavima počeo je 70-ih godina, kada je proizvodnja plinskoturbinskih postrojenja dostigla snagu veću od 50 MW i početne temperature veće od 850°C. Korisnost takvih postrojenja je iznosila oko 44% do 46%. S pojavom plinskoturbinskog postrojenja većih snaga od 150 MW i početne temperature veće od 1100°C došlo je do intenzivnijeg razvoja izgradnje kombi-procesa za proizvodnju električne energije i kombiniranu proizvodnju toplinske i električne energije.

U posljednje je vrijeme izgrađeno veći broj visokoekonomičnih kombi-procesa s plinskoturbinskim postrojenjima snage veće od 150 MW i početne temperature od 1100 do 1300°C. Sadašnja tehnologija gradnje je takva da im osigurava pouzdan rad i visok stupanj korisnosti pri radu na srednjem i punom opterećenju.

Na slici 2.10. prikazan je primjer kombi-procesa s tročlanim generatorom pare, bruto snage 351 MW, neto snage 346,4 MW termoelektrane blizu Ernshafena, Holandija. Postrojenje se sastoji od plinske turbine, generatora pare, spremnika napojne vode s otplinjačem i parnog turboagregata. Plinska turbina, trokućišna parna turbina i električni generator nalaze se na jednom vratilu. Vrijeme puštanja bloka u pogon do punog opterećenja iz vrućeg stanja iznosi 60 min, iz toplog stanja (nakon stajanja do 55 h) iznosi 105 min i iz hladnog stanja je 170 min. Snaga plinske turbine tipa M9FA u sastavu bloka iznosi 222,7 MW, korisnost 35,7%, snaga parne turbine je 128,3 MW, proizvodnje GEC-Alstom. Stupanj kompresije u kompresoru plinske turbine je 15, temperatura izgaranih plinova na ulazu u plinsku turbinu iznosi 1288°C. Za gorivo u plinskoj turbini primjenjuje se zemni plin. Temperatura plinova izgaranja na ulazu u generator pare iznosi 583°C dok je na izlazu iz njega 90°C.



Slika 2.10. Kombi proces snage 351 MW s tročlanim generatorom pare

Svježa para trećeg tlačnog kruga na ulazu u visok tlak parne turbine ima tlak 110 bara i temperaturu 540°C. Međupregrijanje pare izvodi se pri tlaku od 27 bara do temperature 540°C. Dodatna para drugog tlačnog kruga kao i para međupregrijanja ulazi zajedno s parom iz visokog tlaka u srednji tlak turbine. Niskotlačna para prvog tlačnog kruga tlaka 4,5 bara i temperature 195°C ulazi zajedno s parom iz srednjeg tlaka u dvo-protočni niski tlak turbine. Tlak u kondenzatoru turbine je 5 kPa. Korisnost kombi-procesa iznosi 54,5% (neto) pri temeljnom opterećenju i ISO standardu [10].

U tablici 1. možemo vidjeti osnovna svojstva plinskih turbina i kombi postrojenja različitih proizvođača koje su danas zastupljene na tržištu. Kao što je prikazano u tablici, izlazna snaga plinskih turbina je od 150 do 250 MW, gdje temperatura plinova izgaranja na ulazu u plinsku turbinu je između 1 300 i 1 500°C [2].

	GE	MHI		ALSTOM	Siemens
	FA	G	H	GT24	V 84.3A
Izlazna snaga plinske turbine (MW)	171,7	254	270	183	180
Stupanj korisnosti plinske turbine (%)	36,2	38,7	39,3	38,3	38,5
Izlazna snaga kombi-procesa (MW)	262,6	371,1	400	271	385
Stupanj korisnosti kombi-procesa (%)	56	58	60	57,9	57,7

Tablica 1. Usporedba karakteristika plinskih turbina pojedinih proizvođača

3. OSNOVE O RAČUNALNOJ DINAMICI FLUIDA

3.1. Inženjerske metode rješavanja problema prijenosa topline i mase

Problemi prijenosa mase i topline (hidrodinamike i termodinamike) rješavaju se različitim pristupima: teorijski, eksperimentalno i numerički. Teorijski pristup je najprihvatljiviji, ali je ograničen na relativno jednostavne fizikalne probleme i geometrijske konfiguracije. Eksperimentalni je pristup relativno složen i dosta skup, ali je još uvijek u mnogim slučajevima nezaobilazan, te takvim pristupom dobivamo rezultate koji su najbliži realnim rezultatima [14]. Vrlo često eksperimentalni pristup na velikim objektima poput generatora pare nije isplativo raditi, zbog velikih dimenzija i snaga takvih objekata. Projektiranje odnosno optimiranje rada takvih sustava popraćeno je mnogim problemima zahvaljujući kompleksnosti odvijanja procesa u njima, i nije isplativo izvoditi preinake na samom realnom objektu npr. generatoru pare, odnosno optimirati procese metodom pokušaja i pogreški.

Eksperimentalna analiza odvijanja procesa u generatoru pare može se izvesti na dva načina: izgradnjom eksperimentalnog modela i mjerenjima na realnom objektu. Izgradnjom eksperimentalnih modela malih dimenzija, dobiveni rezultati se ne mogu usporediti s objektima stvarnih dimenzija zbog kompleksnosti procesa koji se odvija u njima, a izgradnja modela realnih dimenzija je vrlo često preskupa odnosno neisplativa, a ponekad i neizvediva. Mjerenjem na realnom objektu postižu se najpouzdanije informacije o fizikalnim procesima, ali osim što je takav način prilično neekonomičan on pati i od nedostatka ograničenog broja mjernih točaka u ložištu [15]. Mnogi proizvođači generatora pare poboljšavaju svoje kotlove u malim koracima svakom novom serijom, ali u današnje vrijeme da bi ostali konkurentni na tržištu, vrijeme istraživanja, projektiranja, optimiranja i proizvodnje mora biti što kraće, a proizvod što bolji i jeftiniji. Upravo zato da bi se dobio što isplativiji proizvod, skratilo vrijeme razvoja, većina proizvođača za analizu fizikalnih procesa koristi numeričku simulaciju tj. računalnu dinamiku fluida (eng. *Computational Fluid Dynamics-CFD*) koja je postala neizbježna u procesu projektiranja i istraživanja fenomena prijenosa topline i mase [16, 17].

3.2. Numerička računalna simulacija

Zahvaljujući velikom razvoju informatičke tehnologije odnosno razvoju elektronskih računala posljednjih tri desetljeća, numerički pristup doživio je veliki razvoj i aplikaciju. Danas pored tradicionalnih metoda eksperimentalnog i klasičnog-teorijskog pristupa, potpuno ravnopravno je pridodana metoda numeričke simulacije [16, 18], pa čak i više jer ponekada omogućuje i zamjenu cijelog niza složenih i skupih eksperimenata, te klasičnih analitičkih računa metodama numeričke analize. Na taj način omogućava se u kratkom vremenu provesti opsežna istraživanja koja su teško ili uopće nisu eksperimentalno ostvariva a ponekada nije ni poznato njihovo analitičko rješenje. Nadalje, odlika numeričke simulacije je da se dobiva detaljna i kompletna informacija u smislu dobivanja svih relevantnih varijabli (npr. brzine, tlaka, temperature) preko cijelog razmatranog područja u broju točaka koji je ograničen samo snagom računala [19]. Usto, načelno ne postoje ograničenja u pogledu složenosti fizikalnih problema ili domene. Ovakva tendencija razvoja upućuje na to da će se u budućnosti sve više rabiti numerički pristup. Ipak, rezultate dobivene simulacijom treba uzimati s rezervom, budući da proračun posjeduje određenu grešku koju unosi kako sam matematički model tako i numeričke metode za njegovo rješavanje [15].

Numerička simulacija je definirana kao znanstvena disciplina koja podrazumijeva simultano numeričko rješavanje parcijalnih diferencijalnih jednadžbi koje opisuju zakone o održanju mase, impulsa, energije, turbulentnih karakteristika itd. Praktično se može reći da se numerička simulacija bazira na konceptu "softverskog prototipa procesa", odnosno na ideji da se na računalu vjerodostojno simuliraju prirodni fizikalni i kemijski procesi koji se odvijaju u inženjerskim sustavima [16, 20].

Performanse računala zajedno s računalnom dinamikom fluida CFDom neprekidno se razvijaju već godinama. Prirast amplitude razvoja je otprilike reda veličine 10^1 svakih pet godina. Brzina mikroprocesora se povećava približno s istim gradijentom. Paralelno s ekspanzijom ovih razvoja, numeričke simulacije su prihvaćene kao važan alat pri istraživanju i proračunavanju strujanja interesantnih u praksi. Današnji nivo numeričkih simulacija je sposoban riješiti kompletne Navier-Stokesove jednadžbe uključujući

energetsku jednadžbu kao i jednadžbe koje opisuju kemijske reakcije [16]. Međutim mora se imati na umu da tehnike numeričkih simulacija još uvijek teže k novim poboljšanjima kao što su porast točnosti numeričkog rješenja, analize strujanja u proizvoljnim geometrijama i obuhvaćanje više fizikalnih i kemijskih fenomena kao što su prijenos topline i mase, zračenje, kemijske reakcije turbulencija, sagorijevanje, višefazni tokovi itd. [21].

3.3. Numeričke metode

Klasične metode rješavanja problema kontinuiranih sustava temelji se na rješavanju diferencijalnih jednadžbi čije je točno rješenje moguće dobiti samo za jednostavnije proračunske modele. U općem slučaju nije moguće dobiti rješenje koje zadovoljava diferencijalnu jednadžbu u cijelom području razmatranog modela. Pritom se primjenjuju približne numeričke metode koje se temelje na diskretizaciji kontinuiranog sustava gdje se diferencijalne jednadžbe zamjenjuju sustavom algebarskih jednadžbi odnosno rješavanje diferencijalnih jednadžbi svodi se preko prikladne diskretizacije na rješavanje linearnog algebarskog sistema jednadžbi koje su analitički rješive [14, 18]. Najpoznatije metode diskretizacije modela su metoda konačnih razlika, metoda kontrolnih volumena i metoda konačnih elemenata [16-19]. Upotrebom ovih metoda uz pomoć računala rješenje je približno ali dovoljno točno, te u konačnom vremenu možemo provesti brojne analize, a samim time dobiti i tražene odgovore.

Danas numeričke metode se koriste vrlo često jer nam one omogućuju istraživanje realnih pa čak i nekih hipotetskih situacija (havarijske situacije) i upravo na taj način moguće je promatrati i neke zamišljene projekte. To upravo znači da se polazne ideje mogu provjeriti već u početnoj fazi a to upravo utječe kako na smanjenje troškova tako i na neusporedivo kraće vrijeme potrebno za analizu

3.4. Osnovne jednačbe dinamike plinova

3.4.1. Materija i kontinuum

Svaka materija posjeduje diskretnu strukturu, tj. sastoji se od molekula, molekule se sastoje od atoma, a atomi od jezgre i elektrona, a jezgre još od sitnijih dijelova. Danas još nije ustanovljeno, što je najsitnija sastavnica materije. Taj mikrosvijet nosilac je određenih fizikalnih svojstava, npr. svojstva ρ . Makroskopska fizikalna svojstva, koja se opažaju i mjere u makrosvijetu definiraju makroskopsko ponašanje materije. U većini problema detalji ponašanja materije na razini mikrosvijeta, nemaju utjecaja na makroskopska svojstva materije, te se nameće ideja da se ponašanje materije proučava na makroskopskoj razini, polazeći od makroskopskih svojstava, ne vodeći računa o mikrosvijetu. U tu se svrhu uvodi matematički model kontinuirane materije (kontinuum) [22, 23], prema kojem je ona neprekidno raspoređena po prostoru i nema diskretne strukture. Svakoj točki prostora odgovara samo jedna točka kontinuuma, i obratno, jedna točka kontinuuma zauzima samo jednu točku prostora. Točku kontinuuma naziva se još i materijalnom točkom ili česticom kontinuuma. Svakoj točki kontinuuma se pridružuje makroskopska fizikalna svojstva realne materije (gustoća, temperatura, brzina itd.). Za razliku od realne materije, kontinuum je moguće dijeliti na beskonačne male dijelove, bez da mu se izgubi bilo koje fizikalno svojstvo, tako da se fizikalna svojstva kontinuuma mogu opisati matematičkim neprekidnim funkcijama, što omogućuje primjenu diferencijalnog i integralnog računa [22-25]. Proračuni provedeni na osnovi pojma kontinuuma dobro se slažu s eksperimentalnim rezultatima. U vrlo rijetkim slučajevima koncept kontinuuma može uzrokovati netočne rezultate npr. pri razmatranju vrlo razrijeđenog plina, kada je broj čestica po jedinici volumena izuzetno malen.

3.4.2. Opći oblik osnovnih fizikalnih zakona

Opći principi, ili prirodni zakoni vrijede za sve materije bez ograničenja i predstavljaju osnovne fizikalne zakone u koje spadaju zakon održanja mase, zakon količine gibanja i momenta količine gibanja, zakon o održanju energije i drugi zakon termodinamike [16, 22-24, 26]. Kada se ti principi primjenjuju na nivou kontinuuma, tada su potrebne još i

konstitutivne relacije, koje predstavljaju makroskopski odraz molekularnih pojava, svojstvene promatranoj materiji.

U svom izvornom obliku osnovni fizikalni zakoni su primjenjivi na sustav materijalnih čestica (*materijalni volumen*), pa je njihova direktna primjena pogodna samo kod tzv. *zatvorenih sustava* u čijim se granicama nalazi uvijek ista masa fluida. Materijalni volumen je u općem slučaju vremenski promjenjivog položaja oblika i veličine. Iz samih definicija osnovnih zakona se zaključuje da se svi oni mogu prikazati u sljedećem obliku:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M} \Phi dV = \int_{V_M} S_v dV \quad (3)$$

gdje je $\Phi = \rho\phi$ volumenska gustoća fizikalnog svojstva (fizikalnog svojstava izraženog po jedinici volumena), S_v izvorski član koji označuje izvor (nastajanje) ili ponor (nestajanje) tog fizikalnog svojstva unutar materijalnog volumena. Volumenska gustoća fizikalnog svojstva je definirana u prostoru i vremenu funkcijom $\phi = \phi(x_i, t)$, koja predstavlja bilo koju fizikalnu varijablu čija se promjena promatra u datom inženjerskom uređaju (masa, količina gibanja, energija itd.) po jedinici mase. U jednadžbi (3) uzet je samo izvorski član razmjernan volumenu, jer se površinski integrali po zatvorenoj granici, mogu uvijek primjenom Gaussove formule pretvoriti u volumenske integrale. Izraz (3) možemo definirati kao: "Brzina promjene sadržaja fizikalnog svojstva Φ unutar materijalnog volumena jednaka je izvoru, odnosno ponoru tog fizikalnog svojstva unutar materijalnog volumena".

Kod strujanja fluida, granice materijalnog sustava ne mogu se lako identificirati u realnom vremenu, pa formulacija osnovnih zakona za materijalni volumen neće biti pogodna u tom obliku. Analiza takvih slučajeva postaje bitno jednostavnija ako se vrši na nepromjenjivom volumenu kroz čije granice protječe fluid. U tom slučaju govori se o kontrolnom volumenu koji ima nepromjenjive granice u vremenu. U kontrolnom volumenu uvijek se nalazi neki (u svakom trenutku drugi) materijalni volumen.

Brzina promjene sadržaja fizikalnog svojstva Φ unutar proizvoljnog volumena definirana je Leibnizovom formulom koja glasi:

$$\frac{d}{dt} \int_V \Phi dV = \int_V \frac{\partial \Phi}{\partial t} dV + \int_P \Phi u_j n_j dA \quad (4)$$

Primjenom Gaussove formule na zadnji član izraza (4), izraz prelazi u oblik:

$$\frac{d}{dt} \int_V \Phi dV = \int_V \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial(\Phi u_j)}{\partial x_j} \right) dV \quad (5)$$

Ako se proizvoljni volumen V smanji na infinitezimalni volumen δV (sažimanje volumena u točku), tada se unutar takvog elementarnog volumena podintegralne funkcije mogu smatrati konstantnim, te se mogu izvući ispred integrala. Pri prijelazu $V \rightarrow \delta V$ izraz (5) prelazi u:

$$\frac{d}{dt} \Phi \delta V = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial(\Phi u_j)}{\partial x_j} \right) \delta V \quad \text{ili} \quad (6)$$

$$\frac{d\Phi}{dt} \delta V + \Phi \frac{d(\delta V)}{dt} = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \Phi \frac{\partial u_j}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right) \delta V \quad (7)$$

Ako se u gornjem izrazu uzme $\rho\phi=1$, slijedi:

$$\frac{d(\delta V)}{dt} = \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \delta V \quad (8)$$

Primjenom izraza (8) u izrazu (7), te nakon dijeljenja s δV , izraz (7) poprima oblik:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} + u_j \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \quad (9)$$

Izrazom (9) definirana je brzina promjene fizikalne veličine Φ koju bi pokazivao instrument koji mjeri tu fizikalnu veličinu u točki, a koja se giba kroz fluid brzinom u_j . Kada bi instrument mirovao ($u_j=0$) pokazivao bi samo lokalnu brzinu promjene $\partial(\rho\phi)/\partial t$. Kada bi polje Φ bilo stacionarno ($\partial(\Phi)/\partial t=0$), a instrument se gibao u polju veličine Φ koje se mijenja u prostornim koordinatama, tada bi instrument promjenom položaja pokazivao promjenu veličine Φ . U općem slučaju kada je polje Φ i

nestacionarno i prostorno nepromjenjivo postoje obje brzine promjene, kao što pokazuje izraz (9).

Brzina promjene sadržaja veličine Φ unutar materijalnog volumena dobije se uvrštavajući $u_j = v_j$ u izraze (6) do (9), gdje materijalni volumen predstavlja posebni slučaj proizvoljnog volumena u kojemu je brzina gibanja granica upravo jednaka brzini strujanja fluida. Sve brzine promjene koje se odnose na materijalni volumen, označavaju se velikim slovom D , tako da vrijedi:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M} \Phi dV = \int_{V_M} \frac{\partial \Phi}{\partial t} dV + \int_{P_M} \Phi v_j n_j dA \quad (10)$$

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M} \Phi dV = \int_{V_M} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial(\Phi v_j)}{\partial x_j} \right) dV \quad (11)$$

$$\frac{D(\delta V_M)}{Dt} = \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \delta V_M \quad (12)$$

$$\frac{D\Phi}{Dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} + v_j \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \quad (13)$$

Izrazi (10) i (11) definiraju brzinu promjene sadržaja veličine Φ unutar materijalnog volumena, izraz (12) brzinu promjene volumena čestice fluida, a izraz (13) označuje definiciju materijalne derivacije. Fizikalno je jasno da ako se instrument (koji bi mjerio neko fizikalno svojstvo unutar infinitezimalnog volumena) giba brzinom v_j kojom se giba i fluid, da će on čitavo vrijeme biti u dodiru s česticom fluida i da će mjeriti brzinu promjene fizikalnog svojstva te čestice, što je po definiciji materijalna derivacija.

Brzina promjene sadržaja veličine Φ unutar materijalnog volumena dobije se uvrštavajući $u_j = v_j$ u izraze (6) do (9), uz $u_j = 0$:

$$\frac{d}{dt} \int_{KV} \Phi dV = \int_{KV} \frac{\partial \Phi}{\partial t} dV \quad (14)$$

$$\frac{d(\delta KV)}{dt} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\partial\Phi}{\partial t} \quad (16)$$

Izraz (15) potvrđuje da s obzirom da se kontrolni volumen ne mijenja u vremenu, da se neće mijenjati niti njegov diferencijal, a izraz (16) potvrđuje da mirujući instrument mjeri samo lokalnu promjenu.

3.4.3. Reynoldsov transportni teorem

Matematička formulacija osnovnih fizikalnih zakona za odabrani kontrolni volumen biti će drugačija od one za materijalni volumen. Transformacija izvornih osnovnih fizikalnih zakona (tj. prijelaz s materijalnog na kontrolni volumen) izvodi se pomoću Reynoldsovog transportnog teorema koji se dobije izjednačavanjem izraza (4), (10) i (14) u trenutku kada se proizvoljni, materijalni i kontrolni poklope, odnosno kada svi volumenski i površinski integrali u sva tri volumena imaju istu vrijednost, dok je brzina promjene u ta tri volumena različita:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_m} \rho\phi dV = \frac{d}{dt} \int_{KV} (\rho\phi) dV + \int_{KP} \rho\phi v_j n_j dA = \int_{KV} \frac{\partial}{\partial t} (\rho\phi) + \int_{KP} \rho\phi v_j n_j dA \quad (17)$$

Reynoldsov transportni teorem [22, 23, 26] daje vezu između vremenske promjene neke fizikalne veličine ϕ unutar materijalnog volumena s vremenskom promjenom te fizikalne veličine unutar kontrolnog volumena kroz koji protječe fluid.

Drugi integral desne strane izraza (17) označuje dio brzine promjene sadržaja veličine ϕ unutar kontrolnog volumena u odnosu na materijalni volumen, koji je posljedica protjecanja fluida kroz kontrolnu površinu. Skalarni produkt vektora brzine strujanja fluida i jediničnog vektora normale na kontrolnu površinu $v_j n_j$ označuje normalnu komponentu brzine kojom fluid istječe iz kontrolnog volumena (ako je $v_j n_j > 0$). S obzirom da opći oblik zakona (3) vrijedi za bilo koji materijalni volumen u bilo kojem vremenskom trenutku, uvrštavanjem izraza (10) i (17) u izraz (3) slijede oblici zakona za materijalni i kontrolni volumen koji glase:

$$\int_{V_M} \frac{\partial \Phi}{\partial t} dV = \int_{V_M} S_V dV - \int_{P_M} \Phi v_j n_j dA \quad (18)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{KV} \Phi dV = \int_{KV} \frac{\partial \Phi}{\partial t} dV = \int_{KV} S_V dV - \int_{KP} \Phi v_j n_j dA \quad (19)$$

Izraz (19) najčešće se koristi pri strujanju plinova. Osim integralnih oblika zakona koristi se i diferencijalni oblici koji se dobiju uvrštavanjem izraza (11) u (3), što daje:

$$\int_{V_M} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial(\Phi v_j)}{\partial x_j} - S_V \right) dV = 0 \quad (20)$$

Ako se gornji izraz nakon prijelaza $V_M \rightarrow \delta V_M$, slijedi diferencijalni oblik zakona (3):

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial(\Phi v_j)}{\partial x_j} - S_V = 0 \quad (21)$$

Diferencijalni oblik zakona vrijedi za elementarni materijalni volumen, odnosno za česticu fluida, a svi su članovi izraženi po jediničnom volumenu fluida.

3.4.4. Zakon održanja mase (jednadžba kontinuiteta)

Zakon održanja mase za materijalni volumen se definira kao: "Brzina promjene mase materijalnog volumena jednaka je nuli". Promatrano fizikalno svojstvo je masa m , a fizikalno svojstvo izraženo po jedinici volumena je ρ . Izvorski član S_V po definiciji jednak je 0, jer nema niti izvora niti ponora unutar materijalnog volumena. Matematički zapis ovog zakona je oblika jednadžbe (3) i može se pisati:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M} \rho dV = 0 \quad (22)$$

Umnožak ρdV označuje masu čestice fluida. Integral po materijalnom volumenu označuje ukupnu masu materijalnog volumena, a materijalna derivacija označuje brzinu promjene mase materijalnog volumena.

Primjenom Reynoldsova teorema (17) na (22) dobiva se integralni zakon za kontrolni volumen koji glasi:

$$\frac{d}{dt} \int_{KV} \rho dV = \int_{KV} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = - \int_{KP} \rho v_j n_j dA \quad (23)$$

Volumenski integral u izrazu (23) označuje brzinu promjene mase unutar kontrolnog volumena, a površinski integral brzinu izmjene mase kontrolnog volumena s okolinom (maseni protok kroz kontrolnu površinu). Ispred površinskog integrala stoji predznak minus, jer slučaj pozitivne normale komponente brzine $v_j n_j$ označuje istjecanje fluida kroz kontrolnu površinu, što uzrokuje smanjenje sadržaja mase unutar kontrolnog volumena.

Diferencijalni oblik zakona održanja mase je prema (21):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (24)$$

U nestlačivom strujanju volumen svake čestice fluida ostaje stalan, odnosno integralni oblik jednadžbe kontinuiteta za kontrolni volumen svodi se na oblik:

$$\int_{KP} \rho v_j n_j dA = 0 \quad (25)$$

Izraz (25) pokazuje da je ukupni maseni protok kroz kontrolnu površinu jednak nuli, odnosno maseni protok fluida koji ulazi u kontrolni volumen, jednak je masenom protoku kojim fluid izlazi iz kontrolnog volumena. Izraz (25) vrijedi i u stlačivom stacionarnom strujanju, jer je polje gustoće u svakom trenutku jedno te isto, pa se i sadržaj mase u mirujućem kontrolnom volumenu ne mijenja.

Diferencijalni oblik jednadžbe kontinuiteta za stacionarno stlačivo strujanje glasi:

$$\frac{\partial(\rho v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (26)$$

Kod nestlačivog strujanja, jednačba (25) može se podijeliti s konstantnom gustoćom, te vrijedi jednakost volumenskih protoka kojima fluid ulazi i izlazi iz kontrolnog volumena.

Diferencijalni oblik jednačbe kontinuiteta za nestlačivo strujanje (stacionarno ili nestacionarno) glasi:

$$\frac{\partial(v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (27)$$

a izražava činjenicu da nema promjene volumena čestice fluida.

3.4.5. Zakon količine gibanja

Zakon količine gibanja za materijalni volumen glasi: "Brzina promjene količine gibanja materijalnog volumena jednaka je sumi vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen". Fizikalno svojstvo je količina gibanja (umnožak mase i brzine), čija je volumenska gustoća $\Phi = \rho v_i$, a masena gustoća $\varphi = v_i$. Izvorski član za količinu gibanja su masene i površinske sile koje djeluju na materijalni volumen. Masene sile (sila gravitacije, centrifugalna sila itd.) po jedinici mase predstavlja f_i . Na svaku česticu fluida djeluje masena sila jednaka umnošku $f_i \rho dV$, a ukupna masena sila jednaka je zbroju, odnosno integralu tih elementarnih sila unutar materijalnog volumena :

$$\int_{V_M} \rho f_i dV \quad (28)$$

Vanjske površinske sile djeluju na površini materijalnog volumen, a posljedica su dodira materijalnog volumena s okolinom. Ove su sile definirane vektorom naprezanja σ_i (površinska gustoća sile) koji je jednak skalarnom umnošku jediničnog vektora normale n_j i tenzora naprezanja T_{ji} u točki materijalne površine: $\sigma_i = n_j T_{ji}$. Na svaki infinitezimalni dio dA materijalne površine djeluje elementarna površinska sila $\sigma_i dA$, a ukupna površinska sila na materijalni volumen dobije se integriranjem tih elementarnih površinskih sila po čitavoj materijalnoj površini:

$$\int_{P_M} \sigma_i dA = \int_{P_M} n_j T_{ji} dA \quad (29)$$

Primjenom Gaussove formule rezultirajuća površinska sila na materijalni volumen može se prikazati i volumenskim integralom:

$$\int_{P_M} n_j T_{ji} dA = \int_{V_M} \frac{\partial T_{ji}}{\partial x_j} dV \quad (30)$$

Ukupni izvorski član za jednadžbu količine gibanja je tada:

$$S_V = \rho f_i + \frac{\partial T_{ji}}{\partial x_j} \quad (31)$$

Matematički zapis zakona količine gibanja je oblika jednadžbe (3) i može se pisati:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M} \rho v_i dV = \int_{V_M} \rho f_i dV + \int_{V_M} \frac{\partial T_{ji}}{\partial x_j} dV \quad (32)$$

Budući da vrijedi:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M} \Phi dV = \frac{D}{Dt} \int_{V_M} \rho \Phi dV = \frac{D}{Dt} \int_m \Phi dm = \int_m \frac{D\Phi}{Dt} dm = \int_{V_M} \rho \frac{D\Phi}{Dt} dV \quad (33)$$

i

$$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j \varphi)}{\partial x_j} = \rho \frac{D\varphi}{Dt} = \rho \frac{\partial\varphi}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial\varphi}{\partial x_j} \quad (34)$$

slijede izrazi:

$$\int_{V_M} \rho \frac{D\varphi}{Dt} dV = \int_{V_M} \rho f_i dV + \int_{V_M} \frac{\partial T_{ji}}{\partial x_j} dV \quad i \quad (35)$$

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j v_i)}{\partial x_j} = \rho f_i + \frac{\partial T_{ji}}{\partial x_j} \quad (36)$$

gdje je izraz (36) diferencijalni zapis zakona količine gibanja. Lijeva strana jednadžbe (36) jednaka je umnošku mase čestica fluida i njena ubrzanja, a desna strana je jednaka zbroju sila koje djeluju na česticu fluida (masene i površinske sile). Integriranjem diferencijalne jednadžbe (36) po kontrolnom volumenu dobijemo integralni zapis zakona količine gibanja:

$$\int_{KV} \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} dV + \int_{KP} \rho v_i v_j n_j dA = \int_{KV} \rho f_i dV + \int_{KP} n_j T_{ji} dA \quad (37)$$

gdje prvi lijevi član jednadžbe označuje brzinu promjene količine gibanja kontrolnog volumena, drugi član označuje brzinu izmjene količine gibanja kontrolnog volumena s okolinom uslijed protjecanja fluida kroz kontrolnu površinu, a članovi na desnoj strani jednadžbe označuju masene i površinske sile koje djeluju na kontrolni volumen.

Izraz (37) možemo napisati i u obliku:

$$\frac{d}{dt} \int_{KV} \rho v_i dV = - \int_{KP} \rho v_i v_j n_j dA + \int_{KV} \rho f_i dV + \int_{KP} n_j T_{ji} dA \quad (38)$$

i opisati ga riječima: "Brzina promjene količine gibanja kontrolnog volumena jednaka je sumi vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na kontrolni volumen, te brzini izmjene količine gibanja uslijed protjecanja fluida kroz kontrolnu površinu".

3.4.6. Zakon momenta količine gibanja

Zakon momenta količine gibanja za materijalni volumen glasi: "Brzina promjene momenta količine gibanja materijalnog volumena, u odnosu na odabrani pol, jednaka je sumi momenata vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen, u odnosu na taj isti odabrani pol". Volumenska gustoća momenta količine gibanja je $\Phi = \varepsilon_{ijk} x_j \rho v_k$, a masena gustoća $\varphi = \varepsilon_{ijk} x_j v_k$. Izvorski član za količinu gibanja su momenti masenih i površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen.

Moment masenih sila na materijalni volumen definiran je kao:

$$\int_{V_M} \varepsilon_{ijk} x_j f_k dV \quad (39)$$

a moment površinskih sila definiran je kao:

$$\int_{P_M} \varepsilon_{ijk} x_j \sigma_k dA = \int_{P_M} \varepsilon_{ijk} x_j n_p T_{pk} dA = \int_{V_M} \varepsilon_{ijk} \frac{\partial(x_j T_{pk})}{\partial x_p} dV \quad (40)$$

Ukupni izvorski član iznosi:

$$S_V = \varepsilon_{ijk} \left(x_j \rho f_k + \frac{\partial(x_j T_{pk})}{\partial x_p} \right) \quad (41)$$

Matematički zapis momenta količine gibanja za materijalni volumen glasi:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M} \varepsilon_{ijk} x_j \rho v_k dV = \int_{V_M} \varepsilon_{ijk} x_j \rho f_k dV + \int_{P_M} \varepsilon_{ijk} x_j n_p T_{pk} dA \quad (42)$$

Primjenom izraza (33) dobiva se:

$$\int_{V_M} \varepsilon_{ijk} \rho \frac{D(x_j v_k)}{Dt} dV = \int_{V_M} \varepsilon_{ijk} x_j \rho f_k dV + \int_{V_M} \varepsilon_{ijk} \frac{\partial(x_j T_{pk})}{\partial x_p} dV \quad (43)$$

Iz gornjeg izraza slijedi diferencijalni zapis zakona momenta količine gibanja koji glasi:

$$\varepsilon_{ijk} \rho \frac{D(x_j v_k)}{Dt} = \varepsilon_{ijk} x_j \rho f_k + \varepsilon_{ijk} \frac{\partial(x_j T_{pk})}{\partial x_p} \quad (44)$$

Primjenom izraza (36) na jednadžbu (44) dobivamo:

$$\varepsilon_{ijk} \left(\frac{\partial(x_j \rho v_k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_p x_j v_k)}{\partial x_p} \right) = \varepsilon_{ijk} x_j \rho f_k + \varepsilon_{ijk} \frac{\partial(x_j T_{pk})}{\partial x_p} \quad (45)$$

Integriranjem diferencijalne jednadžbe (45) po kontrolnom volumenu dobiva se integralni zapis momenta količine gibanja za materijalni volumen:

$$\int_{KV} \varepsilon_{ijk} \frac{\partial(x_j \rho v_k)}{\partial t} dV = - \int_{KP} \varepsilon_{ijk} \rho x_j v_k v_p n_p dA + \int_{KV} \varepsilon_{ijk} x_j \rho f_k dV + \int_{KP} \varepsilon_{ijk} x_j T_{pk} n_p dA \quad (46)$$

Lijeva strana gornje jednadžbe označuje brzinu promjene momenta količine gibanja kontrolnog volumena, prvi član desne strane označuje brzinu izmjene momenta količine gibanja kontrolnog volumena s okolinom uslijed protjecanja fluida kroz kontrolnu površinu, a preostala dva člana označuju momente masenih sila i površinskih sila koje djeluju na kontrolni volumen. Definicija izraza (46) riječima glasi: "Brzina promjene momenta količine gibanja kontrolnog volumena jednaka je sumi momenata vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na kontrolni volumen, te brzini izmjene momenta količine gibanja uslijed protjecanja fluida kroz kontrolnu površinu."

Diferencijalni oblik momenta količine gibanja (41) može se pojednostaviti uzimajući u obzir $(Dx_j/Dt=v_j)$ i da je $\partial x_j/\partial x_p = \delta_{jp}$, gdje je δ_{jp} jedinični tenzor, nakon deriviranja izraza (41) slijedi:

$$\varepsilon_{ijk} \rho v_j v_k + \varepsilon_{ijk} \rho x_j \frac{Dv_k}{Dt} = \varepsilon_{ijk} x_j \rho f_k + \varepsilon_{ijk} \delta_{jp} T_{pk} + \varepsilon_{ijk} x_j \frac{\partial T_{pk}}{\partial x_p} \quad (47)$$

Prvi član gornjeg izraza jednak je nuli jer predstavlja vektorski produkt vektora brzine samog sa sobom. A produkt $\delta_{jp} T_{pk} = T_{jk}$, te nakon sređivanja dobijemo izraz:

$$\varepsilon_{ijk} x_j \left(\rho \frac{Dv_k}{Dt} - \rho f_k - \frac{\partial T_{pk}}{\partial x_p} \right) = \varepsilon_{ijk} T_{jk} \quad (48)$$

Izraz u zagradi lijeve strane gornjeg izraza označuje diferencijalni zapis jednadžbe količine gibanja, koji je jednak nuli, te prema tome može se zaključiti da je i desna strana izraza (48), koja označuje skalarni produkt permutacijskog tenzora i tenzora naprezanja, jednaka nuli. Budući da je permutacijski tenzor antisimetričan u odnosu na indekse j i k zaključuje se da tenzor naprezanja mora biti simetričan ($T_{jk} = T_{kj}$), jer je dvostruki skalarni produkt antisimetričnog i simetričnog tenzora uvijek jednak nuli. Prema tome za slučaj da na materijalni volumen djeluju samo momenti vanjski i površinskih sila, a da nema momenta (spregova sila) razmjernih masi odnosno površini, zakon momenta količine gibanja svodi se na činjenicu simetričnosti tenzora naprezanja. Ako se pri modeliranju tenzora naprezanja pretpostavi njegova simetričnost (što se redovito i pretpostavlja) time je jednadžba zakona momenta količine gibanja iskorištena i u diferencijalnom pristupu se ne može uključiti u matematički model, jer ne nosi nikakvu novu informaciju u odnosu na zakon količine gibanja.

3.4.7. Zakon održanja energije

Zakon održanja energije za materijalni volumen glasi: "Brzina promjene zbroja kinetičke i unutarnje energije materijalnog volumena jednaka je snazi vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen, te brzini izmjene topline materijalnog volumena s okolinom". Volumenska gustoća zbroja ovih energija je $\Phi = \rho e = \rho(v^2/2 + u)$.

Izvorski član za energiju je snaga (brzina izmjene mehaničkog rada s okolinom) vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen, te brzina izmjene topline (toplinski tok) kroz granicu materijalnog volumena. Snaga masenih sila u materijalnom volumenu dana je izrazom:

$$\int_{V_M} \rho f_i v_i dV \quad (49)$$

Vanjske površinske sile su definirane vektorom naprezanja σ , koji je jednak skalarnom umnošku jediničnog vektora normale n_j i tenzora naprezanja T_{ji} u točki materijalne površine: $\sigma_i = n_j T_{ji}$. Na svaki infinitezimalni dio dA materijalne površine djeluje elementarna površinska sila $\sigma_i dA$, a snaga te elementarne sile na materijalni volumen dobije se množenjem s vektorom brzine pomicanja materijalne površine (koja je jednaka brzini strujanja fluida). Ukupna snaga površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen dana je izrazom:

$$\int_{P_M} \sigma_i v_i dA = \int_{P_M} n_j T_{ji} v_i dA \quad (50)$$

gdje je:

$$\int_{P_M} n_j T_{ji} v_i dA = \int_{V_M} \frac{\partial (T_{ji} v_i)}{\partial x_j} dV \quad (51)$$

Treći uzrok promjeni energije materijalnog volumena je toplinski tok kroz materijalnu površinu. Treba napomenuti da bi se osim toplinskog toka kroz materijalnu površinu (dakle površinski dio izvorskog člana) mogli predvidjeti i toplinski izvori unutar materijalnog volumena (volumenski dio izvorskog člana), primjerice uslijed kemijskih reakcija. Ovdje se takvi toplinski izvori neće razmatrati.

Ako se s q_i označe komponente vektora površinske gustoće toplinskog toka, onda se toplinski tok kroz materijalnu površinu definira kao:

$$- \int_{P_M} q_i n_i dA = - \int_{P_M} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} dV \quad (52)$$

Matematički zapis, riječima iskazanog zakona održanja energije je:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M} \rho e dV = \int_{V_M} \rho f_i v_i dV + \int_{V_M} \frac{\partial(T_{ji} v_i)}{\partial x_j} dV - \int_{V_M} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (53)$$

Diferencijalni oblik zakona održanja energije glasi:

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j e)}{\partial x_j} = \rho f_i v_i + \frac{\partial(T_{ji} v_i)}{\partial x_j} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (54)$$

Integriranjem gornje diferencijalne jednadžbe po kontrolnom volumenu slijedi:

$$\frac{d}{dt} \int_{KV} \rho e dV = - \int_{KP} \rho e v_j n_j dA + \int_{KV} \rho f_i v_i dV + \int_{KP} n_j T_{ji} v_i dA - \int_{KP} q_i n_i dA \quad (55)$$

Izraz (55) se može iskazati riječima: "Brzina promjene ukupne energije kontrolnog volumena jednaka je snazi vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na kontrolni volumen, brzini izmjene topline kroz kontrolnu površinu, te brzini izmjene energije uslijed protjecanja fluida kroz kontrolnu površinu".

U jednadžbi (54) drugi integral desne strane označuje snagu površinskih sila, a deriviranjem produkta može se razložiti na dva dijela:

$$\frac{\partial(T_{ji} v_i)}{\partial x_j} = \frac{\partial T_{ji}}{\partial x_j} v_i + T_{ji} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \quad (56)$$

Prvi član desne strane gornje jednadžbe označuje gustoću snage površinske sile kojom se mijenja kinetička energija čestice fluida, a drugi član dio snage površinskih sila kojom se mijenja unutarnja energija čestice fluida, kao što je poznato iz termodinamike.

Jednadžba unutrašnje energije se dobije kada od jednadžbe zakona održanja energije se oduzme jednadžba kinetičke energije.

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j u)}{\partial x_j} = T_{ji} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (57)$$

Korištenjem izraza za unutrašnju energiju uz uvjete koji vladaju unutar generatora pare:

$$u = h - \frac{P_t}{\rho} \quad (58)$$

postavlja se jednadžba transporta entalpije u generatoru pare (energetska jednadžba), pri čemu se zanemaruje brzina promjene tlaka i prijelaz mehaničke energije u toplinsku što je opravdano s obzirom na veličine toplinskih tokova u generatoru pare.

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j h)}{\partial x_j} = \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (59)$$

3.4.8. Konstitutivne relacije

Konstitutivne relacije predstavljaju makroskopski odraz molekularnih pojava, svojstvenih promatranoj materiji. Za razliku od osnovnih fizikalnih zakona, ovise o stanju i vrsti fluida.

3.4.8.1. Newtonov zakon viskoznosti

Newtonov zakon viskoznosti uspostavlja linearnu zavisnost između simetričnog tenzora naprežanja i tenzora brzine deformacije. Fluidi koji zadovoljavaju ovu pretpostavku zovu se newtonski fluidi. Polazeći od činjenice da u mirujućem plinu vlada termodinamički tlak p , a da su tangencijalna naprežanja jednaka nuli, tenzor naprežanja se može prikazati u obliku:

$$T_{ji} = -p\delta_{ij} + \Sigma_{ji} \quad (60)$$

gdje je δ_{ij} jedinični tenzor, a Σ_{ji} simetrični tenzor viskoznih naprežanja, koji se uz pretpostavku izotropnosti fluida, modelira izrazom:

$$\Sigma_{ji} = \mu \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) - \left(\frac{2}{3} \mu - \mu_v \right) \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (61)$$

gdje je μ dinamički koeficijent viskoznosti, a μ_v koeficijent volumenske viskoznosti.

Kontrakcijom izraza (60) i njegovim dijeljenjem s 3 slijedi:

$$\frac{1}{3} T_{jj} = -p + \mu_v \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \quad (62)$$

Lijeva strana gornjeg izraza je srednje mehaničko naprezanje, čija se negativna vrijednost naziva i mehaničkim tlakom (p_m), a koji se razlikuje od termodinamičkog tlaka (p) za član koji je razmjeran koeficijentu volumenske viskoznosti i relativnoj brzini promjene volumena čestice fluida.

$$p = p_m + \mu_v \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \quad (63)$$

Uvrstivši Newtonov zakon viskoznosti (60) i (61) u jednadžbu količine gibanja dobije se Navier-Stokesova jednadžba za stacionarni slučaj koja opisuje strujanje stlačivog newtonskog fluida.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_j v_i) = \rho f_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \left(\frac{2}{3} \mu - \mu_v \right) \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (64)$$

3.4.8.2. Fourierov zakon provođenja

Fourierov zakon toplinske vodljivosti uspostavlja linearnu vezu između vektora površinske gustoće toplinskog toka i gradijenta temperature:

$$q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (65)$$

U gornjem izrazu je λ koeficijent toplinske vodljivosti fluida koja zavisi od lokalnog termodinamičkog stanja. Jednadžba transporta entalpije za stacionarno strujanje glasi:

$$\frac{\partial (\rho v_j h)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (66)$$

Predznak minus na desnoj strani gornjeg izraza označuje da će toplina spontano prelaziti uvijek s mjesta više temperature prema mjestu s nižom temperaturom, dakle u smjeru suprotnom gradijentu temperature.

3.4.8.3. Koeficijent toplinske vodljivosti

Prema definiciji Prandtlovog broja Pr postavlja se veza između koeficijenta toplinske vodljivosti λ i dinamičkog koeficijenta molekularne viskoznosti μ :

$$\text{Pr} = \frac{\mu c_p}{\lambda} \quad (67)$$

Prandtlov broj je termodinamičko svojstvo fluida i u našem slučaju može se reći da je pretpostavka o konstantnom Prandtlovom broju zadovoljavajuća. Kako je specifična entalpija povezana s temperaturom preko specifične topline:

$$dh = c_p dT \quad (68)$$

moguće je kondukciju u jednadžbi transporta entalpije izraziti preko gradijenta specifične entalpije:

$$\frac{\partial(\rho v_j h)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{\text{Pr}} \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) \quad (69)$$

3.4.9. Sustav diferencijalnih jednadžbi za stacionarno, stlačivo, viskozno strujanje fluida

U ovaj sustav jednadžbi spadaju opisani zakoni: održanja mase, količine gibanja i održanja energije. Kao što je rečeno, zakon momenta količine gibanja svodi se na činjenicu simetričnosti tenzora naprezanja, te ako se ta simetričnost unaprijed pretpostavi, jednadžba momenta količine gibanja se ispušta iz skupa osnovnih diferencijalnih jednadžbi, jer ne nosi nikakvu novu informaciju u odnosu na jednadžbu količine gibanja.

$$\frac{\partial(\rho v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (70)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_j v_i) = \rho f_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \left(\frac{2}{3} \mu - \mu_v \right) \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (71)$$

$$\frac{\partial(\rho v_j h)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{\text{Pr}} \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) \quad (72)$$

Jednadžba količine gibanja je vektorska jednadžba (koja se može razložiti na tri skalarnе jednadžbe), a jednadžba kontinuiteta i energijska jednadžba su skalarnе jednadžbe.

3.5. Numerički model turbulentnog strujanja

3.5.1. Osnove o turbulentnom strujanju

Kao što je opisano do sada, strujanje fluida je opisano sustavom nelinearnih parcijalnih diferencijalnih jednačbi bez analitičkog rješenja (osim u posebnim slučajevima kada se vrše pojednostavljenja jednačbi), gdje je takve jednačbe potrebno rješavati numerički. Pri numeričkom rješavanju strujanja fluida u geometrijskim složenim situacijama, posebnu poteškoću čini pojava turbulencije odnosno pojava kaotičnog gibanja fluida u kojemu se pojavljuju pulzacije svih fizikalnih veličina u strujanju, u širokom spektru amplituda i frekvencija.

Osnovne karakteristike turbulentnog strujanja su: nestacionarnost, trodimenzionalnost, vrtložnost i slučajnost. Nadalje, turbulentno strujanje ne slijedi strogo determinističke zakone, ono je modelirano kao nelinearni, stohastički fenomen. Turbulenciju možemo zamisliti kao superpoziciju vrtloga, različitih amplituda i frekvencija. Eksperimenti pokazuju da najmanja veličina vrtloga leži u redu veličina 0.1-1 mm, a turbulentne brzine fluktuacija iznose oko 10% srednje brzine (1-10 m/s). Nasuprot tome, srednji slobodni put molekula, kao karakteristične dužine mikrosvijeta je npr. kod uzduha pri normalnim uvjetima, oko 10^{-4} mm, dok je srednja brzina molekula oko 500 m/s. Dakle, područje valjanosti turbulentnih veličina leži dovoljno daleko od molekularnog reda veličine, te se može zaključiti da teorija kontinuuma i dalje vrijedi, odnosno jednačbe održanja na nivou kontinuuma predstavljaju osnovu za opis turbulentnog strujanja.

Direktno numeričko rješavanje takvih turbulentnih strujanja fluida s današnjim računalima još uvijek nije potpuno moguće. Naime, pod pretpostavkom da je karakteristična duljina dovoljno mala da uhvati i najmanje vrtloge ($l=0.1$ mm), za npr. generator pare potreban broj kontrolnih volumena iznosi bi preko $1.6 \cdot 10^{12}$, gdje numeričko rješavanje za toliki broj volumena nije moguće jer je van kapaciteta današnjih računala. Međutim u zadnje vrijeme pojavom snažnih računala, prišlo se je i direktnoj numeričkoj simulaciji [27] turbulentnog strujanja. Ipak, takav pristup ne koristi se za računanje konkretnih problema nego više kao način testiranja različitih modela turbulencija.

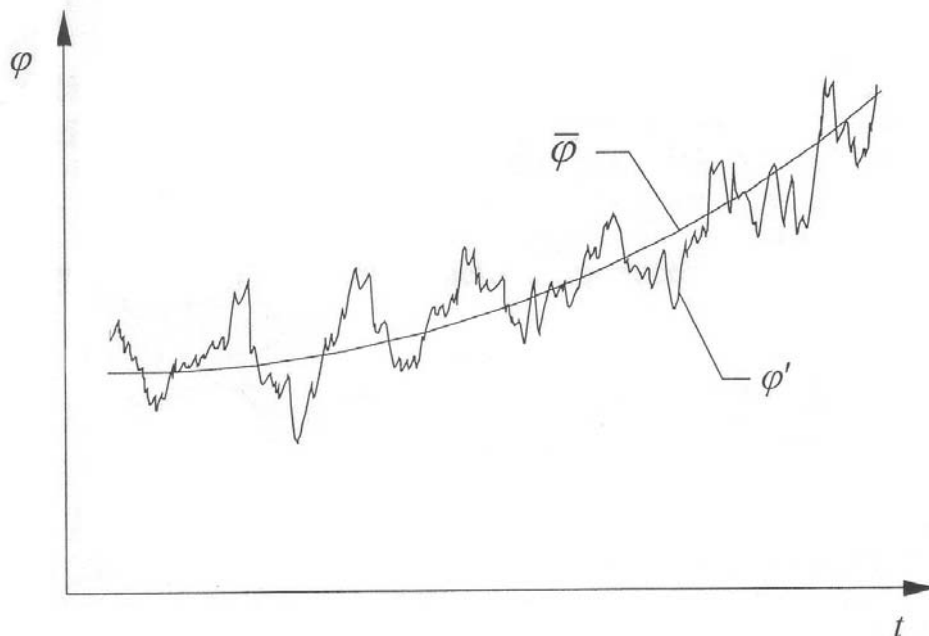
Numeričko rješavanje sustava jednačbi s vremenskim ovisnim, trenutnim vrijednostima je bez značaja za inženjersku praksu. Trenutna turbulencija nema primarni tehnološki značaj, nego njena srednja vrijednost, tj. prosjek u razumnom vremenskom periodu.

3.5.2. Matematički model turbulencije

3.5.2.1. Usrednjavanje transportnih jednačbi

Budući da turbulenciju karakteriziraju slučajne fluktuacije fizikalnih veličina, problemu turbulencije se pristupa statistički odnosno vrši se vremensko usrednjavanje koje dovoljno točno opisuje fizikalni problem. Dakle, trenutna vrijednost fizikalne veličine φ rastavlja se na vremenski srednju vrijednost $\bar{\varphi}$ i fluktuaciju oko vremenski srednje vrijednosti φ' [28, 29].

$$\varphi = \bar{\varphi} + \varphi' \quad (73)$$



Slika 3.1. Turbulentne fluktuacije fizikalne veličine φ

Slika 3.1 prikazuje vremensku promjenu fizikalne veličine φ u nekoj točki. Sa slike je vidljivo da srednja vrijednost komponente fizikalne veličine ovisi o vremenu. U slučaju da je srednja vrijednost fizikalne veličine nezavisna o vremenu, strujanje se naziva kvazistacionarno. Dva su najčešća tipa usrednjavanja: Reynoldsovo i Favreovo. Kod Reynoldsove se metode usrednjava fizikalna veličina φ , dok se kod Favreove metode usrednjava produkt fizikalne veličine i gustoće [28].

Veličina $\rho\varphi$ usrednjava se na sljedeći način:

$$\overline{\rho\tilde{\varphi}} = \frac{1}{\tau_0} \int_{\tau}^{\tau+\tau_0} \rho(x_i, \tau) \varphi(x_i, \tau) d\tau \quad (74)$$

Vrijeme τ_0 mora biti dovoljno veliko u odnosu na vremensko mjerilo turbulencije (duže od trajanja najtrajnijeg turbulentnog vrtloga) i istovremeno dovoljno malo u odnosu na period laganih varijacija prosječnih veličina.

Odnos između veličina usrednjenih Reynoldsovom metodom (označenih sa $-$) i usrednjenih s Favreovom metodom (označenih sa \sim) je sljedeći:

$$\overline{\rho\tilde{\varphi}} = \overline{\rho}\overline{\varphi} + \overline{\rho'\varphi'}$$

Favreovim usrednjavanjem jednadžbe kontinuiteta za nestacionarno strujanje dobivamo:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho\tilde{v}_j}) = 0 \quad (75)$$

Usrednjavanjem Navier-Stokesove jednadžbe dobije se :

$$\frac{\partial(\overline{\rho\tilde{v}_j\tilde{v}_i})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial\tilde{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\tilde{v}_j}{\partial x_i} \right) - \left(\frac{2}{3}\mu - \mu_v \right) \frac{\partial\tilde{v}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - \overline{\rho\tilde{v}_i\tilde{v}_j} \right] + \overline{\rho f_i} - \frac{\partial\overline{p}}{\partial x_i} \quad (76)$$

U gornjoj jednadžbi (76) javlja se član $\overline{\rho\tilde{v}_i\tilde{v}_j}$ koji predstavlja tenzor Reynoldsovih (turbulentnih) naprezanja. Taj član (koji predstavlja "korelaciju drugog reda") predstavlja transport količine gibanja turbulentnim fluktuacijama. Jednadžba (76) se još ponekad naziva i Reynoldsova jednadžba.

Usrednjavanjem jednadžbe transporta entalpije dobije se:

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{v}_j\tilde{h})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial\tilde{h}}{\partial x_j} - \bar{\rho}\tilde{v}_j\tilde{h} \right) \quad (77)$$

I u ovoj jednadžbi dobiven je član $\bar{\rho}\tilde{v}_j\tilde{h}$ koji predstavlja toplinski tok prouzročen turbulencijom, a naziva se turbulentna difuzija.

Rješavanje sustava usrednjenih gornjih jednadžbi nije moguće zbog nepoznavanja fluktuirajućih varijabli koje te jednadžbe sadržavaju. Znači potrebno je na neki način odrediti Reynoldsova naprežanja $\bar{\rho}\tilde{v}_i\tilde{v}_j$, te turbulentnu difuziju $\bar{\rho}\tilde{v}_j\tilde{h}$ da bi se zatvorio sustav jednadžbi. Dva su glavna pravca rješavanja ovog problema: postaviti transportne jednadžbe za dvojni korelaciju brzina (tj. Reynoldsova naprežanja), pa modelirati korelacije trećeg reda, ili odmah modelirati dvojni korelaciju brzina. Prvi pristup (eng. *Reynolds stress model*, RSM) se koristi kada drugi ne daje dobre rezultate. Razlog tome je što taj pristup iziskuje mnogo više kompjuterskog vremena jer je potrebno u tom slučaju riješiti veći broj diferencijalnih jednadžbi.

Zbog jednostavnosti, univerzalnosti i ekonomičnosti rješavanja češće se primjenjuje drugi pristup odnosno Reynoldsova naprežanja se modeliraju produktom gradijenata usrednjene brzine i tzv. turbulentnom viskoznosti prema Boussinesqovoj hipotezi [24]. Boussinesqova hipoteza glasi:

$$\bar{\rho}\tilde{v}_j\tilde{v}_i = \mu_t \left(\frac{\partial\tilde{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\tilde{v}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\mu_t \frac{\partial\tilde{v}_k}{\partial x_k} + \bar{\rho}\tilde{k} \right) \delta_{ij} \quad (78)$$

gdje je:

μ_t – koeficijent turbulentne viskoznosti

k – turbulentna kinetička energija

Koeficijent turbulentne viskoznosti μ_t nije svojstvo fluida (kao što je slučaj kod molekularne viskoznosti $\mu=\rho\nu$), nego je funkcija lokalnog uvjeta strujanja i nestaje u stanju mirovanja kao i u slučaju laminarnog strujanja. Iz izraza (50) vidljivo je da

Boussinesquova aproksimacija pretpostavlja lokalnu izotropnost Reynoldsovih naprezanja tj. sve komponente tenzora Reynoldsovih naprezanja koriste istu vrijednost turbulentne viskoznosti (nedostatak Boussinesqove hipoteze).

Uvrštavanjem izraza za Reynoldsova naprezanja (78) u Reynoldsovu jednadžbu (76) dobiva se:

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{v}_j\tilde{v}_i)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial\tilde{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\tilde{v}_j}{\partial x_i} \right) - \left(\frac{2}{3}(\mu + \mu_t) - \mu_v \right) \frac{\partial\tilde{v}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - \bar{\rho}v_i''v_j'' \right] + \bar{\rho}f_i - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{p} + \frac{2}{3}\bar{\rho}\tilde{k} \right) \quad (79)$$

Suma molekularne viskoznosti μ i turbulentne viskoznosti μ_t definira se kao efektivna viskoznost:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (80)$$

Analogno se definira efektivni tlak:

$$\bar{p}_{eff} = \bar{p} + \frac{2}{3}\bar{\rho}\tilde{k} \quad (81)$$

Uz navedene relacije (52) i (53), jednadžba (51) prelazi u:

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{v}_j\tilde{v}_i)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{eff} \left(\frac{\partial\tilde{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\tilde{v}_j}{\partial x_i} \right) - \left(\frac{2}{3}\mu_{eff} - \mu_v \right) \frac{\partial\tilde{v}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - \bar{\rho}v_i''v_j'' \right] + \bar{\rho}f_i - \frac{\partial}{\partial x_i} \bar{p}_{eff} \quad (82)$$

U slučaju kada se radi o turbulentnom transportu topline, analogno Boussinesqovoj aproksimaciji, turbulentna se difuzija modelira kao:

$$\bar{\rho}v_j''h'' = \frac{\mu_t}{\sigma_h} \frac{\partial\tilde{h}}{\partial x_j} \quad (83)$$

σ_h predstavlja turbulentni Prandtl-Schmidtov broj za entalpiju h , koji nije fizikalno svojstvo, nego ovisi o turbulenciji i određuje se eksperimentalno za pojedinu

geometriju. Mjerenjima je ustanovljeno da je turbulentni Prandtl-Schmidtov broj reda veličine 1 te vrijedi:

$$\sigma_h = \text{Pr} = \frac{\mu}{\lambda} \quad (84)$$

Nakon uvrštavanja izraza za turbulentnu difuziju (83) usrednjena energetska jednačba glasi:

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{v}_j\tilde{h})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_{eff}}{\text{Pr}} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_j} \right) \quad (85)$$

3.5.2.2. *K-ε model turbulencije*

Zbog svoje robusnosti i prihvatljive točnosti u inženjerskim aplikacijama i manjim zahtjevima u smislu vremena računanja, k-ε model predstavlja najzastupljeniji model turbulencije. k-ε model turbulencije je ujedno i najjednostavniji model turbulencije, gdje k označava turbulentnu kinetičku energiju, a ε turbulentnu disipaciju kinetičke energije [29-31]. To je polu-empirijski model kod kojeg se izvod jednačbi modela zasniva na fenomenološkim zaključcima i empiriji. Ovaj model polazi od činjenice da se koeficijent turbulentne viskoznosti može izraziti pomoću karakterističnih veličina u turbulentnom strujanju i zasnovan je na dvije diferencijalne jednačbe koje opisuju raspodjelu tih veličina u turbulentnom strujanju. Kod k-ε modela turbulencije, transportne jednačbe se rješavaju za karakterističnu turbulentnu brzinu i karakterističnu duljinu. Usvaja se da je karakteristična brzina turbulentnih pulzacija jednaka kvadratnom korijenu turbulentne kinetičke energije, a karakteristična geometrijska značajka turbulentnog strujanja se određuje iz disipacije turbulentne kinetičke energije ε, koja je proporcionalna s:

$$\tilde{\varepsilon} \approx \frac{\tilde{k}^{\frac{3}{2}}}{l_t} \quad (86)$$

Koeficijent turbulentne viskoznosti se može izračunati kao:

$$\mu_t = \tilde{\rho} C_\mu \frac{\tilde{k}^2}{\tilde{\varepsilon}} \quad (87)$$

gdje C_μ predstavlja empirijsku konstantu.

Turbulentna kinetička energija k , kao i disipacija turbulentne kinetičke energije ε , računaju se iz transportnih jednažbi koje se određuju iz Navier-Stokesovih jednažbi:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{v}_j \tilde{k}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \tilde{k}}{\partial x_j} \right] + P_k - \bar{\rho} \tilde{\varepsilon} \quad (88)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{v}_j \tilde{\varepsilon}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\tilde{\varepsilon}}{k} P_k - C_{2\varepsilon} \bar{\rho} \frac{\tilde{\varepsilon}}{k} \quad (89)$$

gdje P_k označuje produkciju turbulentne kinetičke energije:

$$P_k = -\bar{\rho} \tilde{v}_i \tilde{v}_j \frac{\partial \tilde{v}_i}{\partial x_j} = \frac{\partial \tilde{v}_i}{\partial x_j} \left[\mu_t \left(\frac{\partial \tilde{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{v}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\mu_t \frac{\partial \tilde{v}_k}{\partial x_k} + \bar{\rho} \tilde{k} \right) \delta_{ij} \right] \quad (90)$$

Konstante koje se pojavljuju u jednažbama k - ε modela najčešće se uzimaju kao slijedeće vrijednosti:

$$C_\mu=0.09, C_{1\varepsilon}=1.44, C_{2\varepsilon}=1.92, \sigma_k=1.0, \sigma_\varepsilon=1.3$$

3.5.2.3. Zidne funkcije

Modeliranje u blizini čvrste stjenke jako utječe na točnost numeričkog rješenja, budući da su stjenke glavni izvor vrtloga i turbulencije. U tom području odnosno u području graničnog sloja dolazi do velikih gradijenata svih relevantnih veličina. Eksperimenti su pokazali da rješenja zadovoljavaju ako se granični sloj podijeli na tri podsloja. Uz samu stjenku, viskozni podsloj gdje je strujanje laminarno i viskoznost je dominantna kod prijenosa mase i topline. Zatim, prijelazno područje gdje na prijenos mase i topline jednako utječu molekularna viskoznost i turbulencija. Posljednji sloj odnosno treći sloj predstavlja sloj potpune turbulencije.

Postoje dva osnovna pristupa pri modeliranju strujanja u graničnom sloju, odnosno pri rješavanju problema k - ε modela turbulencije (s obzirom da ovaj model vrijedi samo za tokove u kojima se viskozni efekti mogu zanemariti). Prvi pristup tzv. metoda malog Reynoldsovog broja gdje se uzimaju u obzir viskozni efekti graničnog sloja, odnosno k - ε model je proširen dodatnim članovima koji uzimaju u obzir viskozne efekte te sustav

parcijalnih diferencijalnih jednažbi se integrira preko viskoznog sloja do stjenke. Drugi pristup je da se ne rješavaju viskozni podsloj i prijelazno područje, već se veza između molekularne viskoznosti i turbulencije opisuje tzv. zidnim funkcijama. Kod ove metode se zahtjeva da čvor blizu čvrste stjenke bude smješten u potpuno razvijenom turbulentnom sloju. Na taj način se izbjegava eksplicitno uključivanje viskoznih efekata u jednažbe za k i ε . Vrijednosti k i ε u čvoru blizu zida se ne nalaze rješavanjem parcijalnih diferencijalnih jednažbi, nego pomoću zidnih funkcija kojima su viskozni efekti u blizini zida uzeti u obzir. Kod zidnih funkcija pretpostavlja se da u području blizu čvrste stjenke prijenos mase, količine gibanja itd. se zanemaruje u smjeru strujanja, a polje brzina i veličine vezane uz turbulenciju su funkcije samo koordinate okomite na stjenku. Međutim, metoda zidnih funkcija se ne može primijeniti kod tokova s velikim gradijentima tlaka koji djeluju suprotno od smjera strujanja.

Zidne funkcije predstavljaju skup semi-empirijskih formula i funkcija koje povezuju viskozni podsloj (uvjete na stjenci) i turbulentno područje. Ova metoda štedi numeričko vrijeme te pogodna je za većinu strujanja s visokim Reynolds-ovim brojem.

4. RAČUNALNA SIMULACIJA STRUJANJA U GENERATORU PARE NA OTPADNU TOPLINU

4.1. Uvod

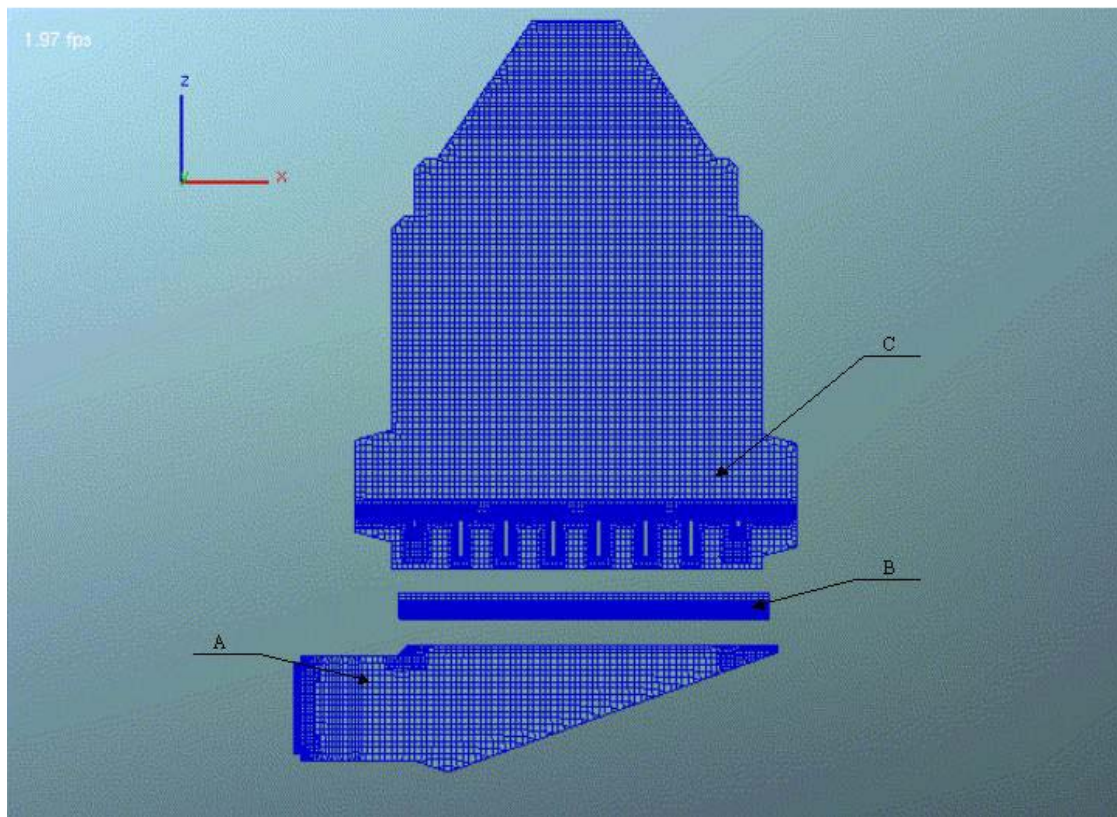
Korištenjem AVL-ovog programskog paketa "CFD Workflow Manager" računalno je simulirano trodimenzionalno strujanje u kompleksnoj geometriji generatora pare na otpadnu toplinu.

Programski paket "CFD Workflow Manager" se sastoji od predprocesora "FAME-a", solvera "SWIFT-a" i postprocesora "IMPRESS-a", a koristi se za modeliranje i numeričku simulaciju procesa prijenosa mase i topline. Korištenjem predprocesora "FAME" (eng. *Flexible Automatic Mesh Enviroment*) generirana je mreža kontrolnih volumena za kompleksnu geometriju generatora pare. Nakon dobivene mreže kontrolnih volumena izvedena je numerička simulacija korištenjem programskog paketa "SWIFT-a", te dobiveni rezultati su prikazani korištenjem postprocesora "IMPRESS-a" [32].

4.2. Generiranje mreže kontrolnih volumena

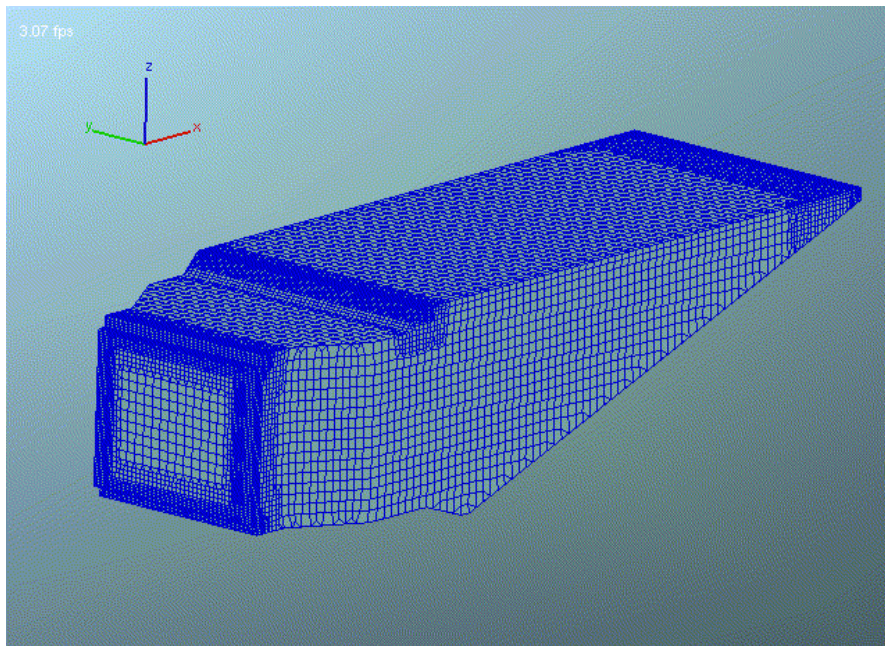
Korištenjem predprocesora "FAME Advanced Hybrid" generirana je mreža kontrolnih volumena za kompleksnu geometriju generatora pare na otpadnu toplinu. "FAME Advanced Hybrid" je potpuno automatski generator mreže kontrolnih volumena, gdje je mreža nestruktuirana, sastavljena od heksaedra, tetraedra, prizmi itd.

Generiranje mreže kontrolnih volumena generatora pare učinjeno je u nekoliko koraka kako bi se dobila što bolja i finija mreža, odnosno mreža koja će omogućiti što lakšu konvergenciju rješenja. Kompleksna geometrija i velike dimenzije generatora pare zahtijevaju veliki broj kontrolnih volumena. Da bi se dobio što manji broj kontrolnih volumena, te da bi se dobila što bolja odnosno ravnomjernija mreža, bilo je potrebno podijeliti generator pare u nekoliko dijelova. Stoga, generator pare podijeljen u tri glavna dijela (A, B i C) je prikazan na slici 4.1. Za svaki od njih je posebno generirana mreža kontrolnih volumena korištenjem automatskog generatora "FAME Advanced Hybrid".



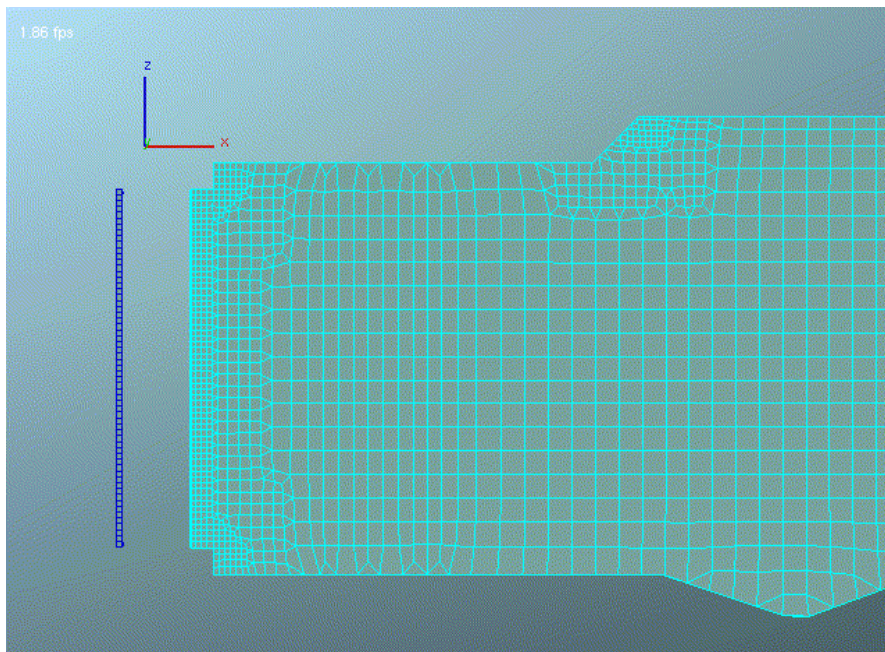
Slika 4.1. Generator pare podjeljen u tri dijela (A, B,C-dio)

Prvi dio odnosno A dio, prikazan je na slici 4.2, a predstavlja donji dio generatora pare u koji ustrujavaju ispušni dimni plinovi plinske turbine.



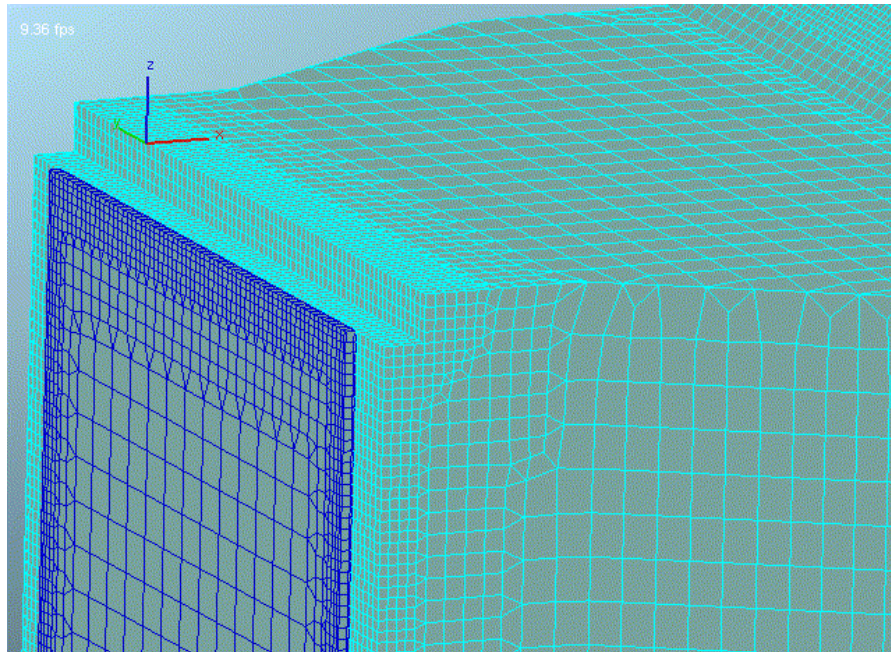
Slika 4.2. Mreža kontrolnih volumena prvog dijela

Da bi se dobio što manji broj kontrolnih volumena uslijed kompleksne geometrije ulaznog dijela, A dio još je podijeljen u dva dijela prema slici 4.3.



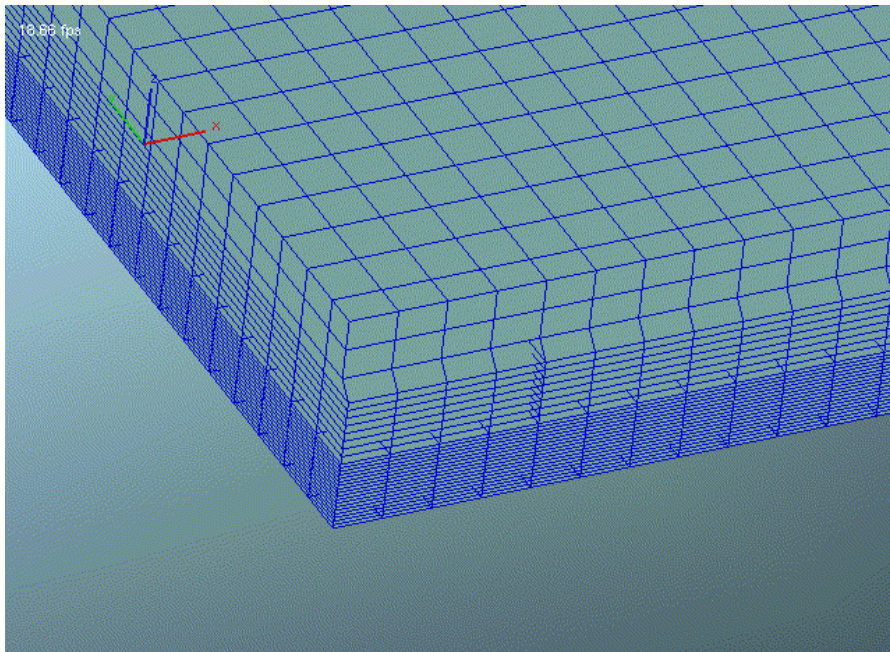
Slika 4.3. Prikaz mreže prvog dijela prije spajanja tehnikom "conform connection"

Za svaki dio posebno je generirana mreža kontrolnih volumena, te ti dijelovi su spojeni opet u A dio pomoću tehnike "conform connection". Na taj način dobivena je mreža kontrolnih volumena za kompletnu geometriju prvog dijela (slika 4.3).



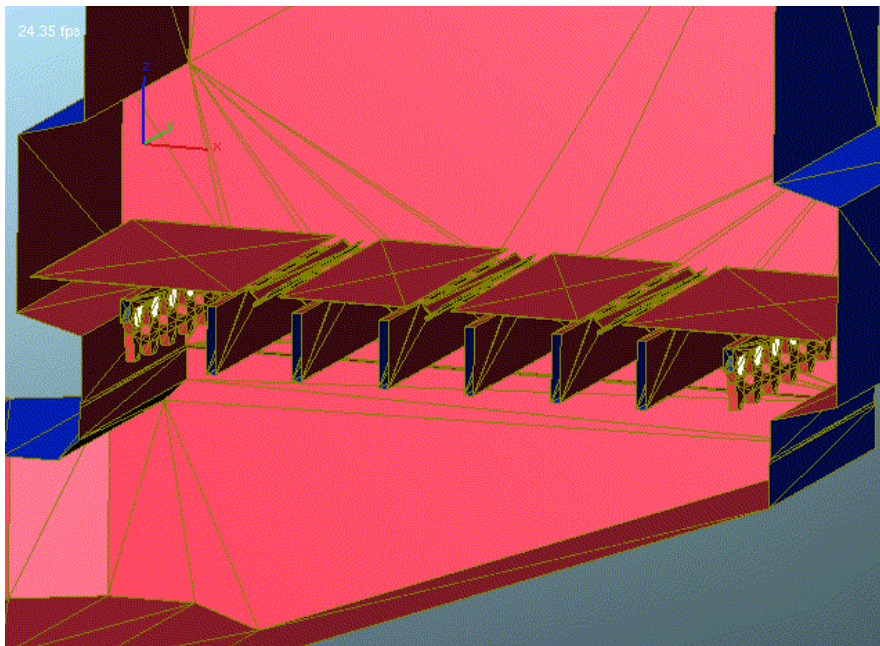
Slika 4.3. Prikaz mreže prvog dijela poslije spajanja tehnikom "conform connection"

U drugom dijelu (B dijelu) generatora pare nalazi se izmjenjivač topline (pregrijač pare). Pregrijač pare je modeliran s modulom "porosity", tipa "izmjenjivač topline". Budući da mreža kontrolnih volumena definirana za modul "porosity" treba biti što ravnomjernije i jednoličnije strukture, taj dio se podijelio u nekoliko dijelova, te nakon posebnog generiranja mreže kontrolnih volumena za svaki od tih dijelova vršilo se spajanja pomoću tehnike "conformn connection". Na slici 4.4 prikazana je dobivena mreža drugog dijela generatora pare.



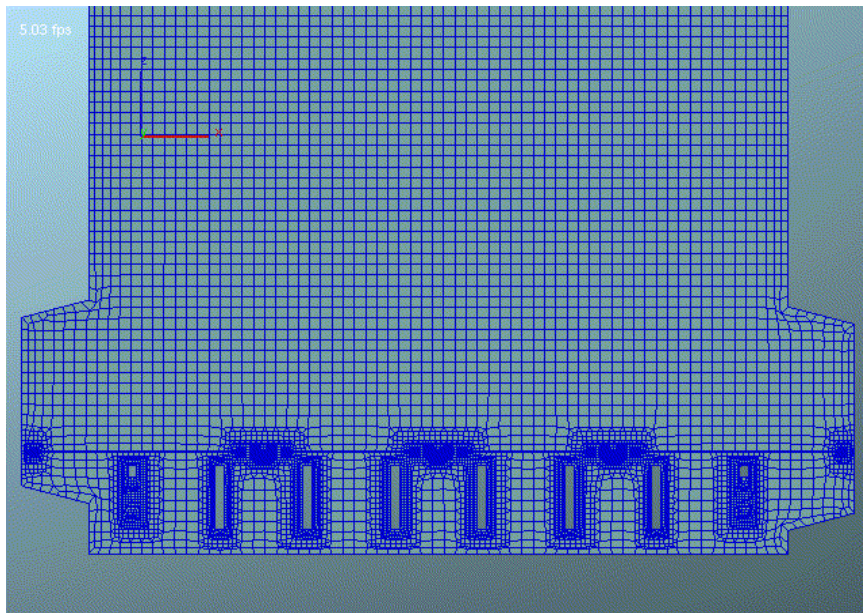
Slika 4.4. Mreža kontrolnih volumena drugog dijela generatora pare

Posljednji dio generatora pare (C dio) je dio s najsloženijom geometrijom generatora pare. U njemu se nalaze gorionici, horizontalne ploče i vertikalne ploče kompleksne geometrije (slika 4.5).



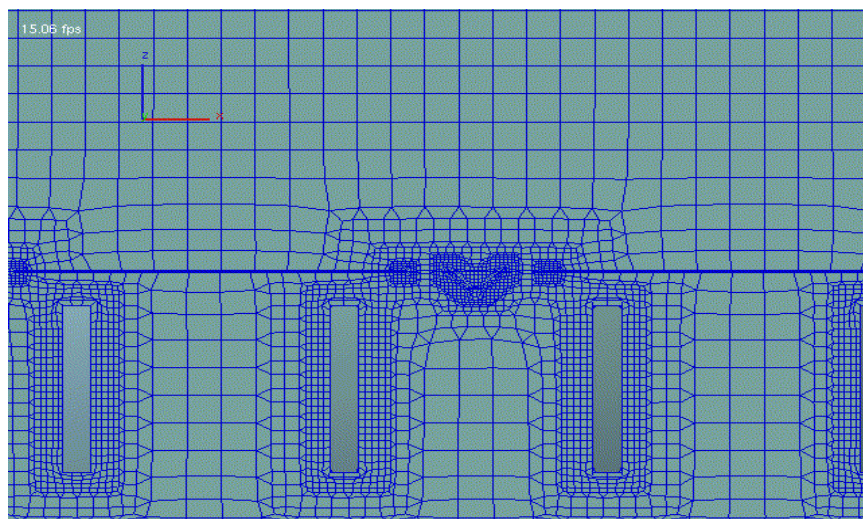
Slika 4.5. Kompleksna geometrija trećeg dijela generatora pare

Za ovaj dio korišteno je automatsko generiranje mreže kontrolnih volumena "FAME Advanced Hybrid", a dobivena mreža kontrolnih volumena prikazana je na slici 4.6.



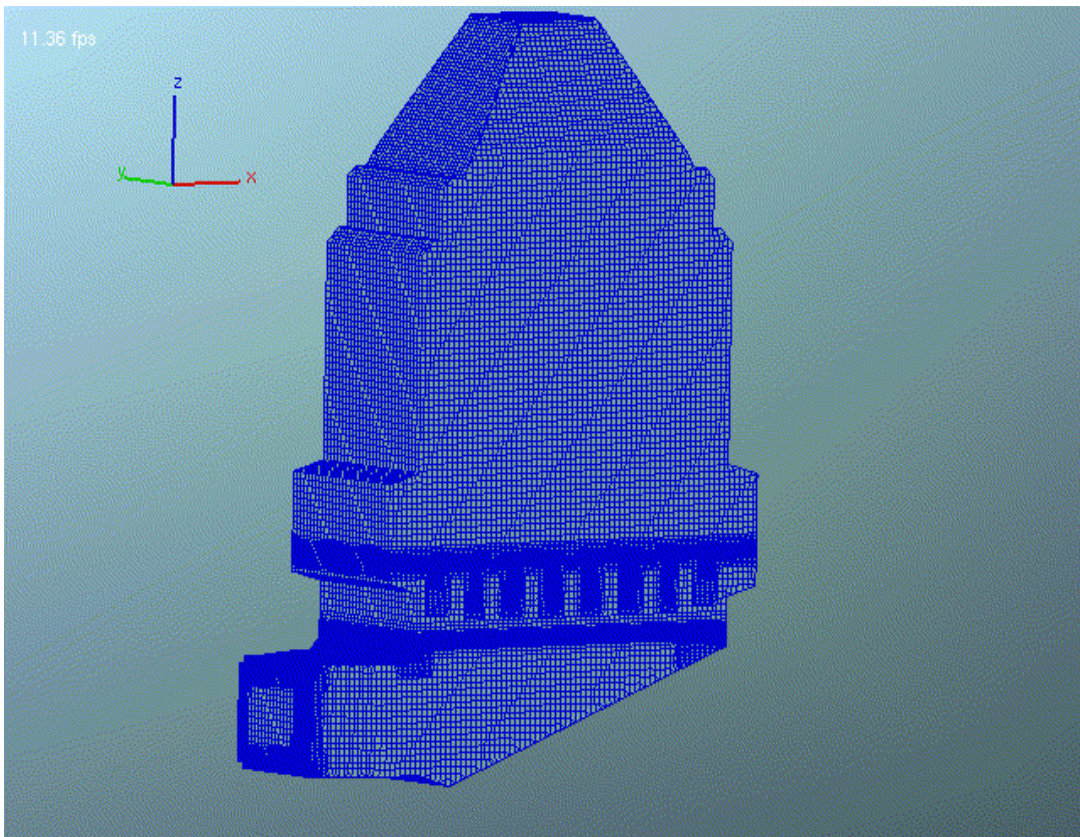
Slika 4.6. Mreža kontrolnih volumena trećeg dijela generatora pare

Da bi se dobila finija mreža oko ove kompleksne geometrije bilo je potrebno posebno definirati gorionike, horizontalne ploče, vertikalne ploče jednostavnije i složenije geometrije. Posebno je definirana za svaki od ovih elemenata minimalna i maksimalna veličina kontrolnih volumena, te na taj način dobivena je finija mreža kontrolnih volumena za one dijelove gdje se zahtijeva veća preciznost (slika 4.6). Pri tome, vodilo se računa da dobivena mreža kontrolnih volumena ima što manji broj kontrolnih volumena, kako bi vrijeme rješavanje problema strujanja bilo što kraće.



Slika 4.6. Mreža kontrolnih volumena oko gorionika

Nakon posebnog definiranja mreže kontrolnih volumena za dijelove A, B i C, oni su spojeni pomoću tehnike "arbitrary connection" (slika 4.7), te na taj način dobivena je mreža koja sadrži 1 386 278 kontrolnih volumena. Zbog izuzetno kompleksne geometrije i velikih dimenzija generatora pare (28x38x8.9m) dobiven je vrlo velik broj kontrolnih volumena. Međutim, treba napomenuti da izvedenim generiranjem mreže kontrolnih volumena različitim metodama ipak je dobiven minimalni broj kontrolnih volumena bez da se je vršilo pojednostavljenje geometrije.



Slika 4.7. Mreža kontrolnih volumena cijeloga generatora pare

4.3. Definiranje parametara potrebnih za izračunavanje strujanja

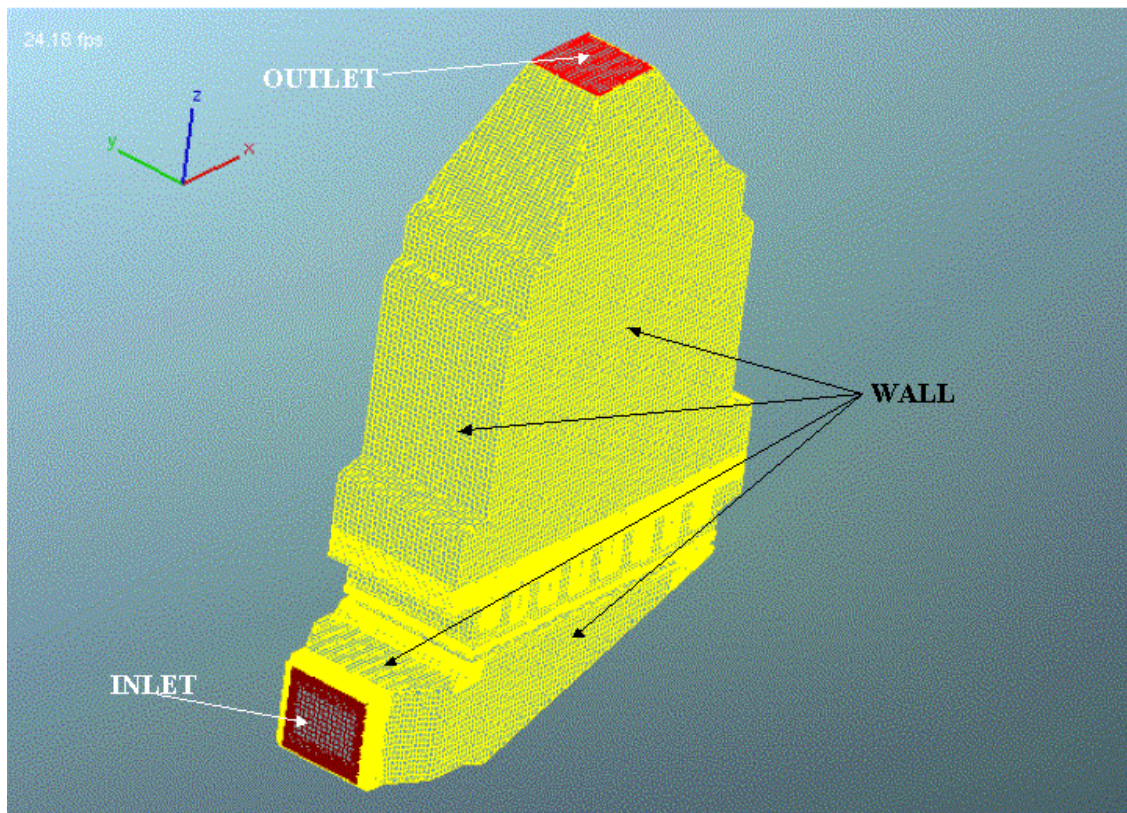
Za izračunavanje strujanja korišten je solver "SWIFT" koji je dio programskog paketa "CFD WorkFlow Manager". "SWIFT" je aplikacijski numerički paket koji je zasnovan na metodi kontrolnih volumena, a sastoji se od više modula namijenjenih rješavanju različitih procesa prijenosa mase i topline.

Da bi se izračunalo strujanje u kompleksnoj geometriji generatora pare potrebno je (nakon generiranja mreže kontrolnih volumena) definirati određene parametre kao što su vrsta strujanja (stlačivo, nestlačivo), početni i rubni uvjeti, parametre za kontrolu solvera itd. Za model strujanja u generatoru pare definirano je stacionarno, turbulentno strujanje nestlačivog fluida. Budući da je za stlačivo strujanje uzeta u obzir zavisnost fizikalnih veličina o gradijentu gustoće, a u generatoru pare brzina strujanja je relativno mala ($M < 0.3$), te time je i promjena gustoće fluida zanemariva, može se s dovoljnom točnošću pretpostaviti nestlačivo strujanje.

Kako je strujanje u generatoru pare izrazito turbulentno, čak i za stacionarne granične uvjete, izabran je $k-\varepsilon$ model turbulencije. Ovaj model turbulencije je odabran zbog svoje robusnosti i manjih zahtjeva u smislu vremena računanja.

Nadalje, definirani su tri različita rubna uvjeta koji su prikazani na slici 4.8.

- Inlet
- Outlet
- Wall



Slika 4.8. Rubni uvjeti

Općenito, rubni uvjeti "Inlet/Outlet" koriste se tamo gdje maseni tok plinova ulazi ili izlazi iz modela.

Rubni uvjet "Inlet" se koristi za definiranje masenog protoka plinova koji ulaze u generator pare na otpadnu toplinu. U promatranom modelu strujanja, maseni protok iznosi 391.35 kg/s, a prosječna temperatura plinova na ulazu u generator pare iznosi 630.6°C.

Rubni uvjet "Outlet" se koristi za definiranje statičkog tlaka na izlazu iz generatora pare koji iznosi 1 bar.

Rubni uvjet "Wall" se koristi za određivanje čvrstih granica domene.

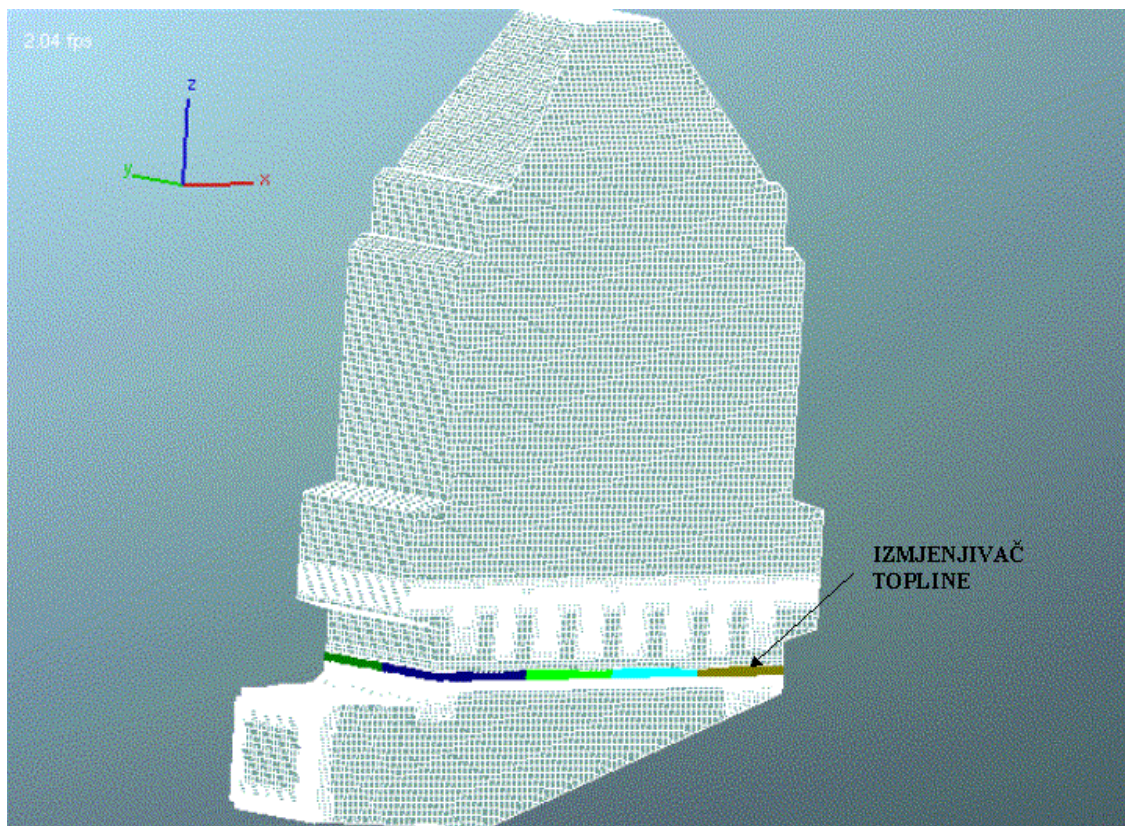
U generatoru pare svi zidovi odnosno sve čvrste granice su pretpostavljene kao "wall", gdje je toplinski tok jednak nuli. Pretpostavljeno je da se radi o dobro izoliranom generatoru pare prema okolini tj. izmjena topline kroz zidove generatora pare se zanemari. Dijelovi koji se nalaze unutar generatora pare (gorionici, horizontalne i vertikalne ploče) definirani su isto kao rubni uvjet "wall", gdje se pretpostavilo da su svi dijelovi unutar generatora pare progrijani.

Pored rubnih uvjeta definirani su početni uvjeti, svojstva fluida koji struji kroz generator pare i parametri koji su potrebni za definiranje solvera. Budući da promatramo strujanje fluida, definiran je zrak umjesto ispušnih dimnih plinova plinske turbine. Tako se smanjilo vrijeme računanja (manji broj jednažbi), a rezultati strujanja su skoro identični.

Definirani parametri za solver su osnovni faktori koji kontroliraju rješavanje matematičkog modela simulacije. Vrlo je važno da pri izboru ovih parametara se postigne stabilno rješenje i zadovoljavajuća konvergencija. Posebnu pažnju trebalo je posvetiti na definiranje podrelaksacijskih faktora. Naime, definiranjem različitih vrijednosti ovih faktora kontrolira se brzina konvergencije jednažbi strujanja. Njihove vrijednosti se kreću od 1 do 0. Ako podrelaksacijski faktori teže 0, stabilnost rješenja simulacije se povećava, ali se povećava i vrijeme računanja. Ako podrelaksacijski faktori teže 1, stabilnost rješenja se smanjuje, a i vrijeme računanja se smanjuje. Cilj svake simulacije je definirati podrelaksacijske faktore tako da se postigne stabilnost i konvergencija rješenja, a da se vrijeme računanja skрати što je više moguće. Svaka simulacija odlikuje se sa svojom posebnosti, i zato je potrebno pronaći i odrediti optimalne vrijednosti podrelaksacijskih faktora. Na taj način za promatrani model strujanja određeni su podrelaksacijski faktori tako da zadovoljavaju kako stabilnost tako i što kraće vrijeme računanja.

4.4. Modeliranje izmjenjivača topline

Izmjenjivač topline smješten je u generator pare, a koristi se za izmjenjivanje topline između ispušnih dimnih plinova plinske turbine i pregrijane pare. Izmjenjivač topline prima toplinu od ispušnih plinova i predaje je pregrijanoj pari, zagrijavajući je od 300 do 550°C. Položaj izmjenjivača topline u generatoru pare na otpadnu toplinu je prikazan na slici 4.9.



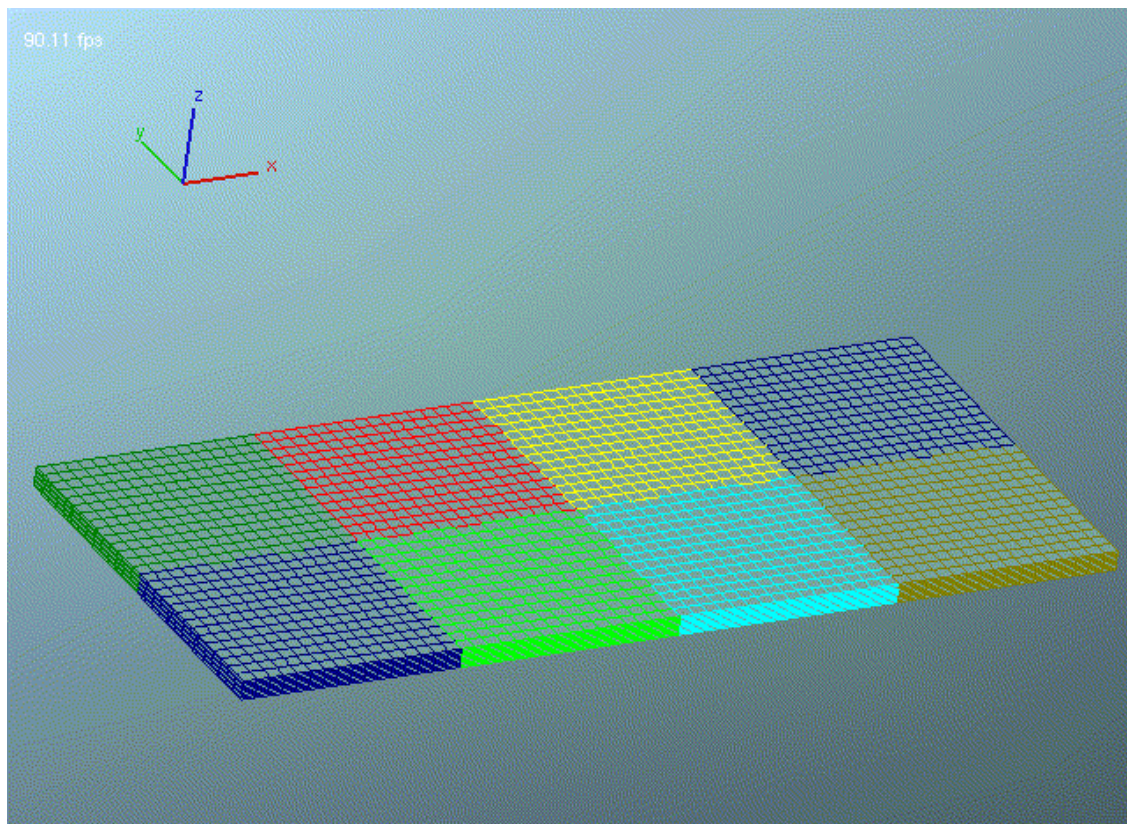
Slika 4.9. Položaj izmjenjivača topline u generatoru pare

Kompleksna geometrija i velike dimenzije izmjenjivača topline (slika 4.10) uzrokovale bi jako velik broj kontrolnih volumena. Takav problem ne bi bilo moguće riješiti, pa je izmjenjivač topline modeliran kao porozitet korištenjem modula "Porosity-heat exchanger" [33].



Slika 4.10. Fotografija izmjenjivača topline

Dobivena mreža kontrolnih volumena za izmjenjivač topline prikazana je na slici 4.11. Na slici je vidljivo da je modeliranjem izmjenjivača topline kompleksne geometrije s modulom “Porosity”, dobiven relativno mali broj kontrolnih volumena.



Slika 4.11. Mreža kontrolnih volumena izmjenjivača topline

Strujanje u poroznom mediju opisano je sljedećom jednačbom prema Forchheimeru (1901):

$$\frac{\Delta p}{\Delta L} = \sum_{i=1}^3 \left(-\alpha_i \mu u_i - \zeta \frac{\rho}{2} u_i^2 \right) \quad [\text{N/m}^3] \quad (91)$$

gdje je:

Δp – pad tlaka kroz porozni materijal

ΔL – visina poroznog materijala

α - parametar poroznosti (x-, y-, z-komponentu) [$1/\text{m}^2$]

μ - dinamički koeficijent viskoznosti [Ns/m^2]

u_i – komponente brzine koje struje kroz porozni materijal

ζ - dinamički koeficijent pada tlaka (zeta vrijednost) [$1/\text{m}$]

ρ - gustoća fluid

Izmjena topline u promatranom izmjenjivaču topline dana je izrazom:

$$\Delta Q = \beta \Delta T V_{tot} \Delta t \quad [\text{J}] \quad (92)$$

$$\beta = \frac{A_{tot}}{V_{tot}} k \quad [\text{Wm}^{-3}\text{K}^{-1}] \quad (93)$$

gdje je:

ΔQ – totalno izmjenjena energija [J]

ΔT – temperaturna razlika

Δt – vremenski interval

A_{tot} - totalna površina prijenosa topline

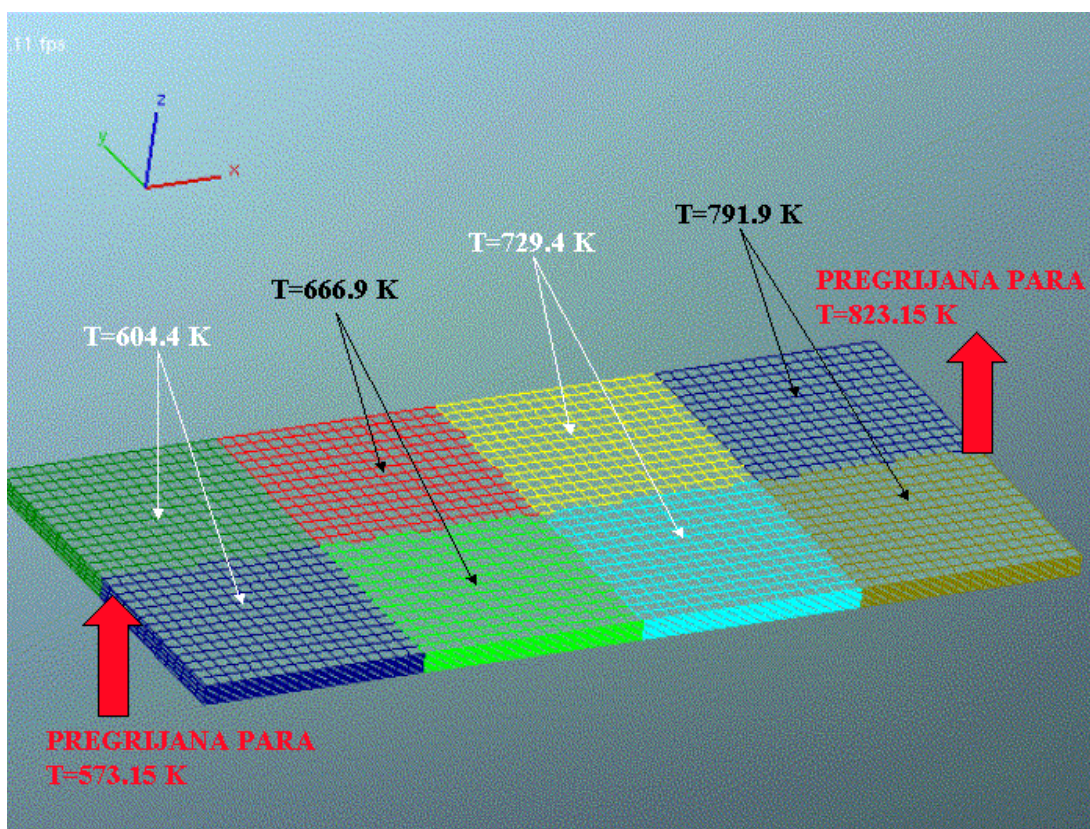
V_{tot} – totalni volumen izmjenjivača topline koji je modeliran s porozitetom

k – koeficijent prolaza topline [$\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$]

β - volumenski koeficijent prolaza topline [$\text{Wm}^{-3}\text{K}^{-1}$]

Izmjenjivač topline je definiran sa osam poroziteta, gdje su za svaki od njih postavljeni parametri (β - volumenski koeficijent prolaza topline, ζ - dinamički koeficijent pada tlaka itd.) koji su potrebni za proračun.

Na slici 4.12 prikazane su vrijednosti ulazne i izlazne temperature pregrijane pare koja ulazi odnosno izlazi iz izmjenjivača topline. Također su prikazane i srednje vrijednosti temperatura pregrijane pare koja je izračunata za svaki porozitet.

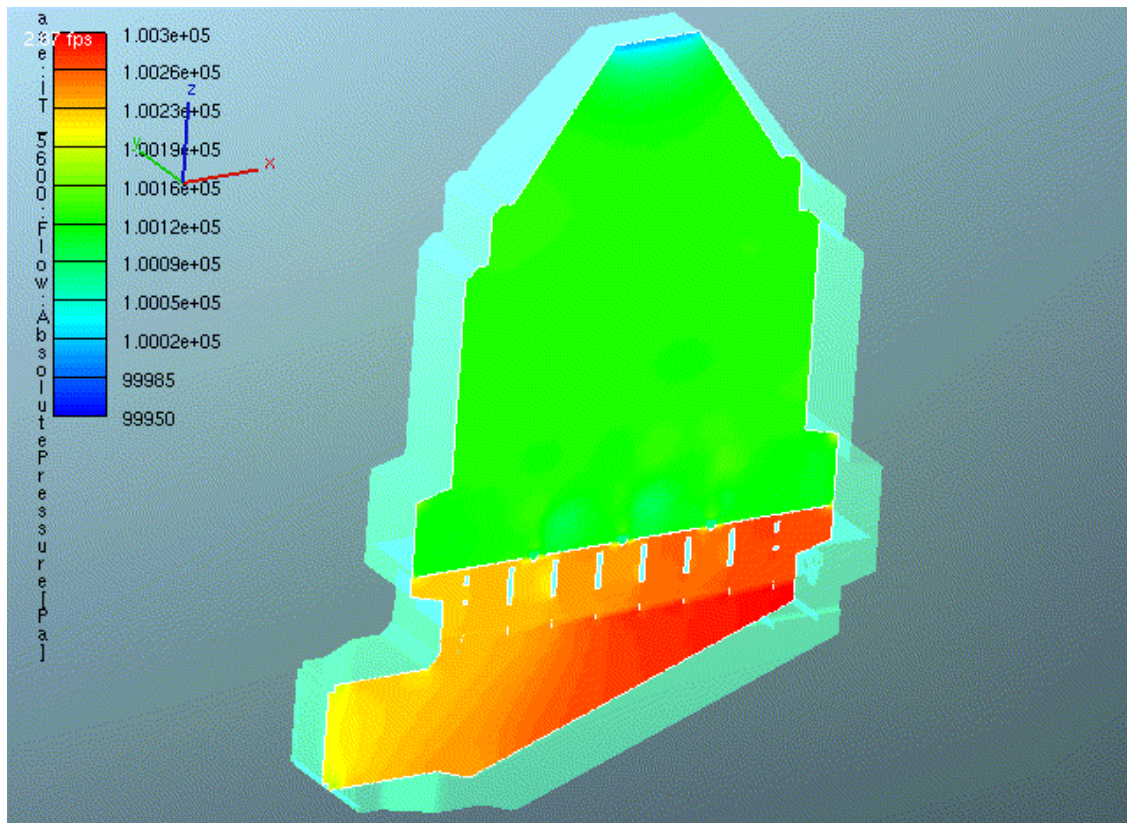


Slika 4.12. Ulazna, izlazna i srednje vrijednosti temperatura u izmjenjivaču topline

5. REZULTATI

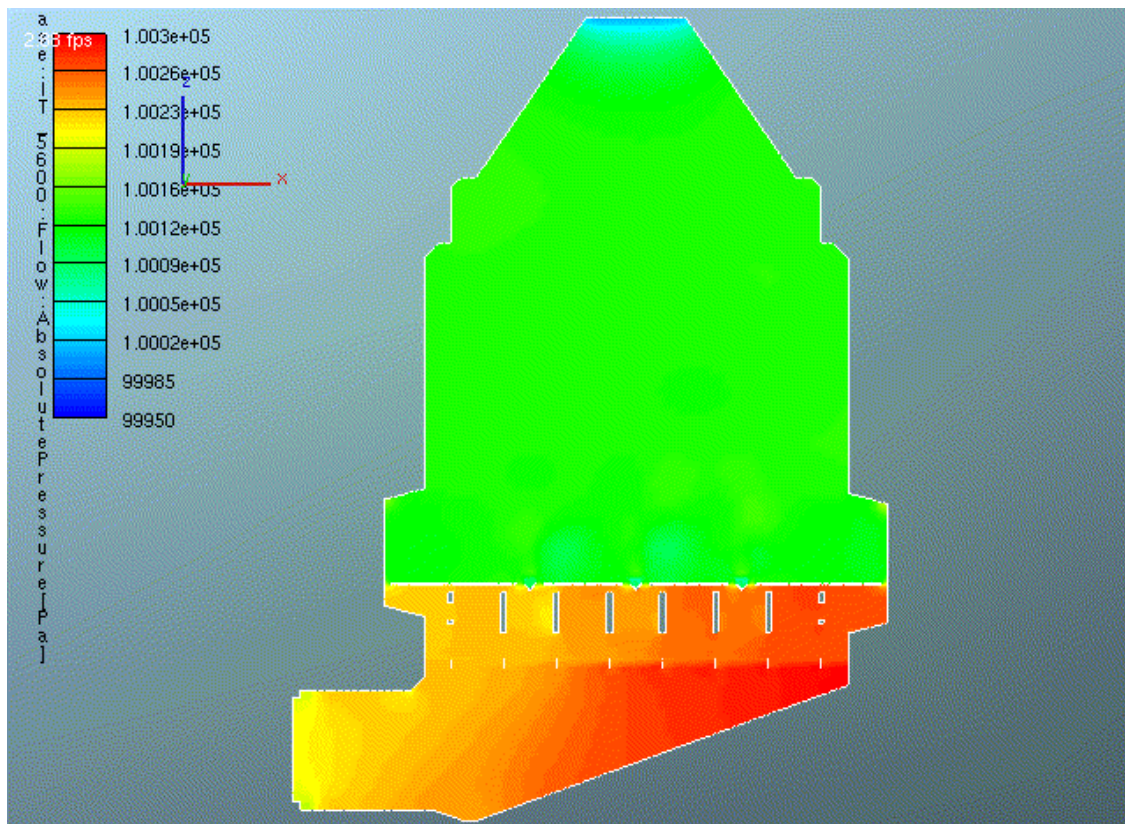
U ovom poglavlju prikazani su rezultati koji su dobiveni računalnom simulacijom strujanja u kompleksnoj geometriji generatora pare na otpadnu toplinu. Dobiveni rezultati su obrađivani postprocesorskom aplikacijom "IMPRESS".

Slika 5.1 prikazuje distribuciju apsolutnog tlaka u trodimenzionalnom obliku generatora pare, dok slika 5.2 prikazuje istu distribuciju tlaka ali u dvodimenzionalnom obliku.



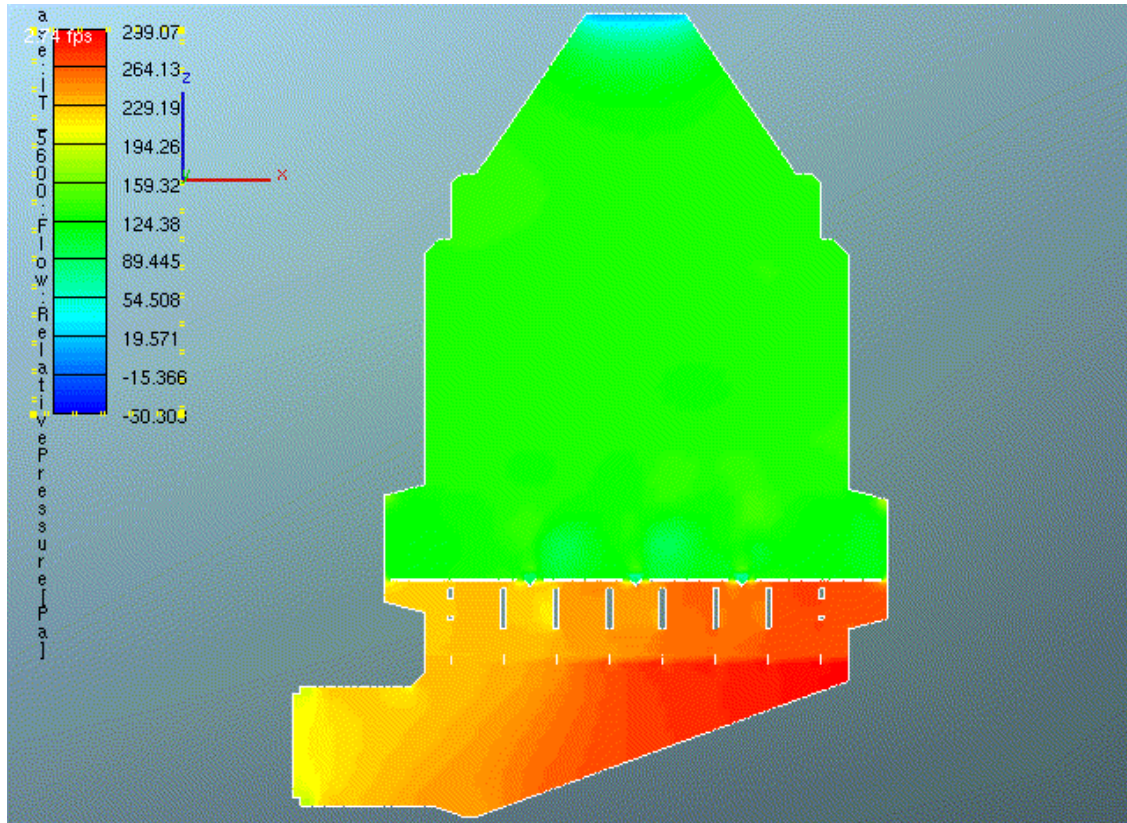
Slika 5.1. Distribucija apsolutnog tlaka u generatoru pare

Iz slike 5.2 je vidljivo da je najveća vrijednost apsolutnog tlaka u području ispred izmjenjivača topline. Izmjenjivač topline (definiran kao porozitet) predstavlja otpor strujanju plinova, što dovodi do povećanja apsolutnog tlaka ispred njega. Vidi se da oblik prvog dijela generatora pare (do izmjenjivača topline) uzrokuje porast apsolutnog tlaka s lijeve strane prema desnoj strani generatora pare.



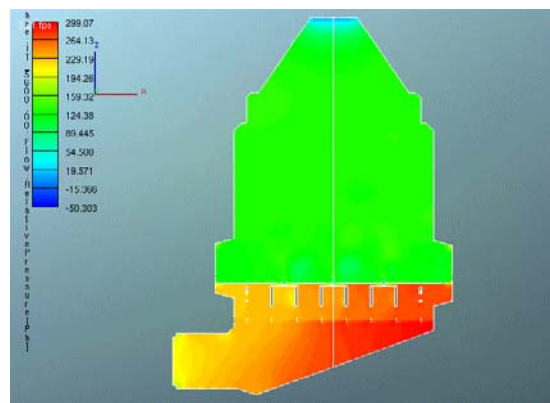
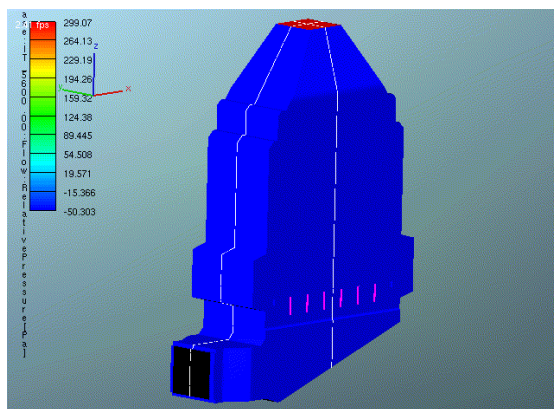
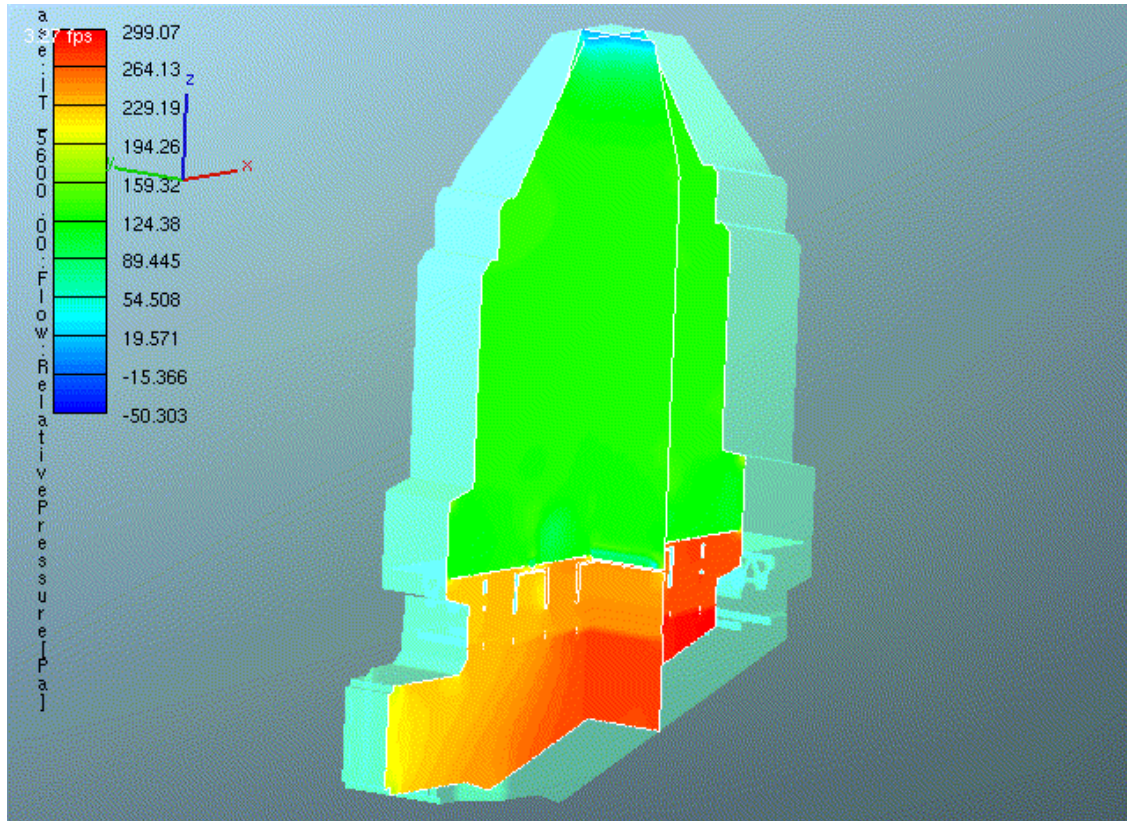
Slika 5.2. Distribucija apsolutnog tlaka u vertikalnoj ravnini generatoru pare

Na slici 5.3 prikazana je distribucija relativnog tlaka koja prikazuje pad tlaka u generatoru pare. Budući da horizontalne ploče i gorionici zauzimaju veliki dio horizontalnog poprečnog presjeka generatora pare, do najvećeg pad tlaka dolazi upravo u tom području. Padovi tlaka u toj sekciji idu do 150 Pa. Nadalje, do pada tlaka dolazi i u porozitetu odnosno izmjenjivaču topline, čije vrijednosti dosežu do 40 Pa. Dobiveni rezultati prikazuju da pad tlaka s obzirom na horizontalni presjek generatora pare nije jednak. Naime, pad tlaka kod poroziteta, te kod horizontalnih ploča i gorionika je veći na desnoj nego na lijevoj strani generatora pare.



Slika 5.3. Distribucija relativnog tlaka u vertikalnoj ravnini generatoru pare

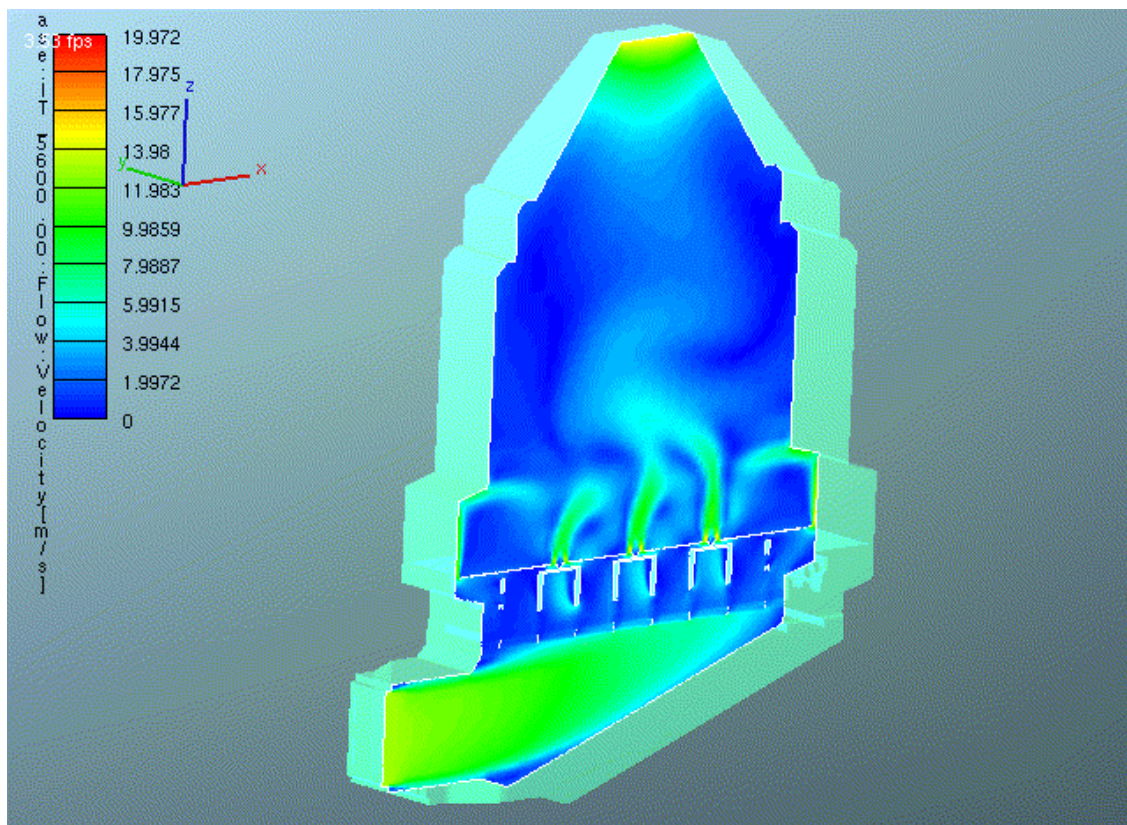
Trodimenzionalna distribucija relativnog tlaka prikazana je na slici 5.4, gdje je generator pare presječen sa dvije vertikalne i međusobno okomite ravnine. U donjem dijelu slike prikazan je položaj vertikalnih presječnih ravnina. Središnja ravnina simetrije (x-z ravnina) je okomita na bočnu ravninu koja siječe os srednjeg gorionika (y-z ravninu).



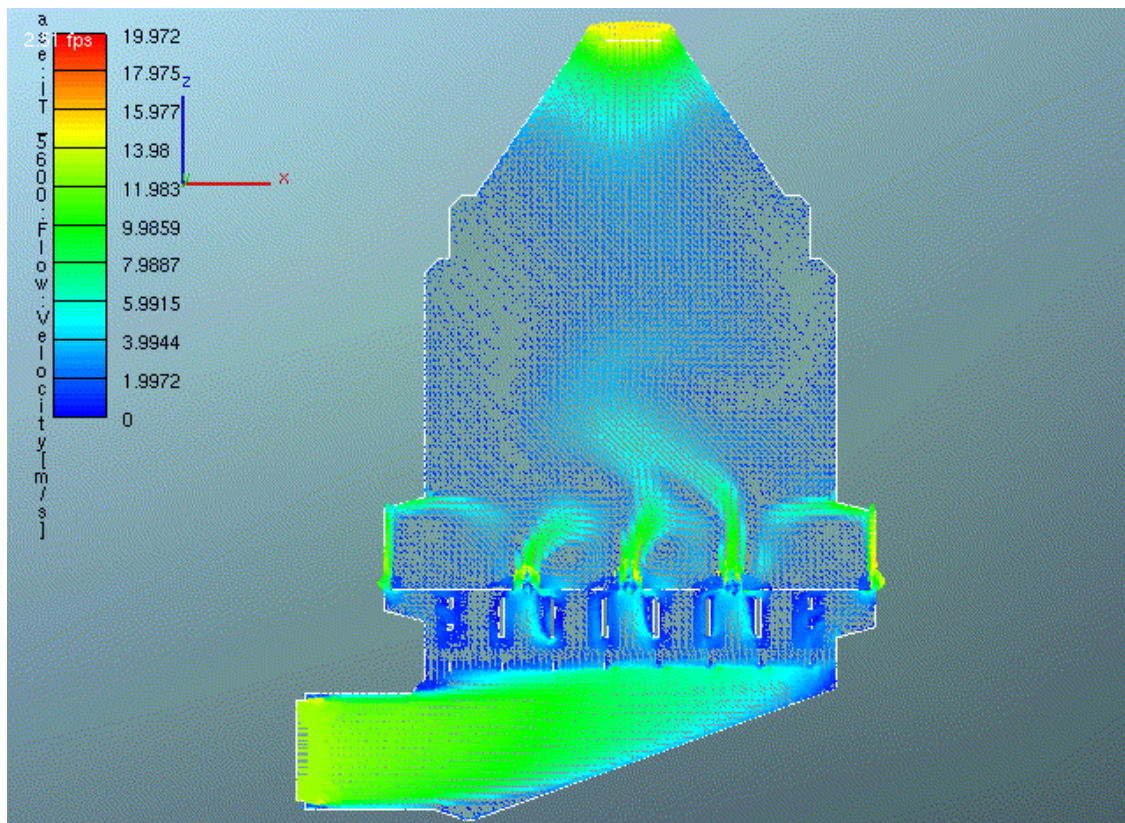
Slika 5.4. Trodimenzionalna distribucija relativnog tlaka u generatoru pare

Slika 5.5 prikazuje distribuciju brzina strujanja u generatoru pare na otpadnu toplinu, a slika 5.6 prikazuje distribuciju vektora brzina strujanja. Uočljivo je da su najveće brzine strujanja u području gdje su suženja najveća, odnosno između gorionika i horizontalnih ploča, te između zidova generatora pare i horizontalnih ploča. Nadalje, može se uočiti da su brzine strujanja veće u desnom nego u lijevom središnjem dijelu generatora pare, a samim time i maseni tok strujanja je veći u tome dijelu .

Prema rezultatima ovog modela, vidi se da strujanje nije ujednačeno unutar generatora pare i da je maseni protok veći u desnom nego u lijevom dijelu generatora pare. Može se zaključiti da je na takvo strujanje veliki utjecaj imao oblik prvog dijela generatora pare koji je izveden pod određenim kutem.



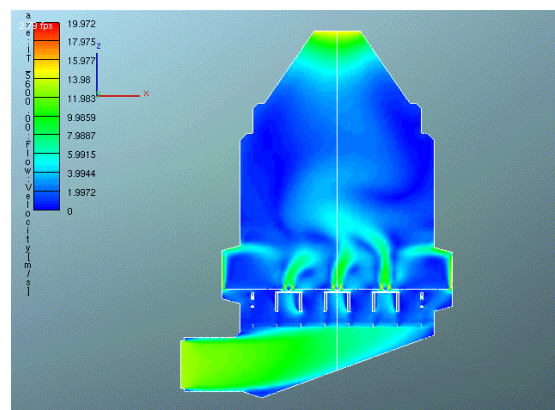
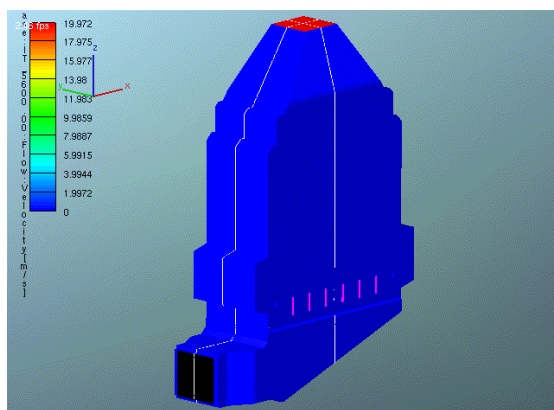
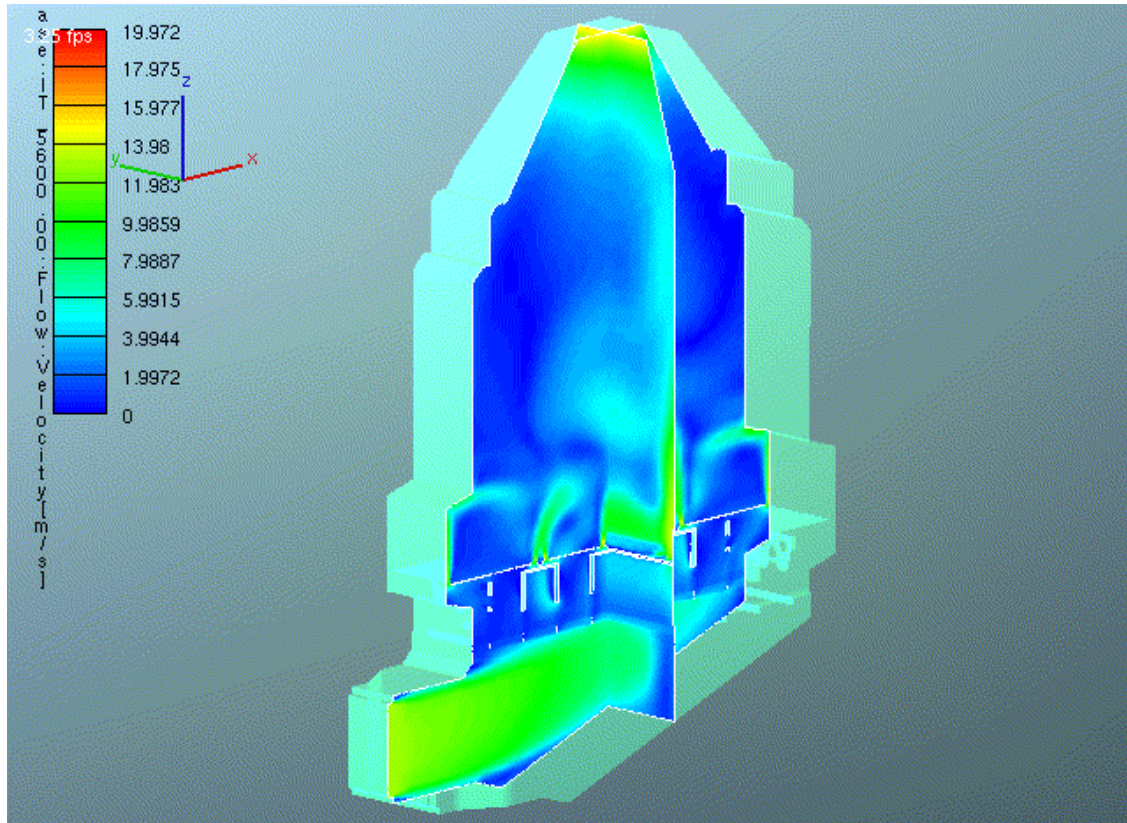
Slika 5.5. Distribucija brzina strujanja u generatoru pare



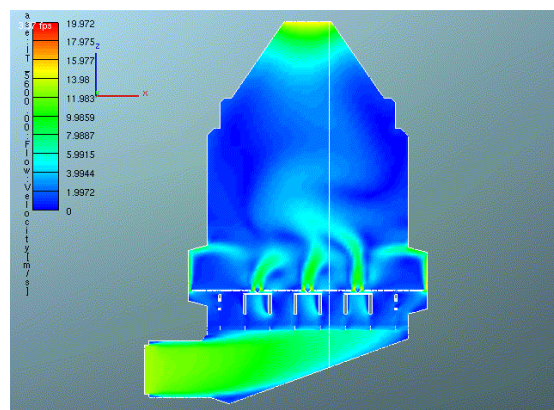
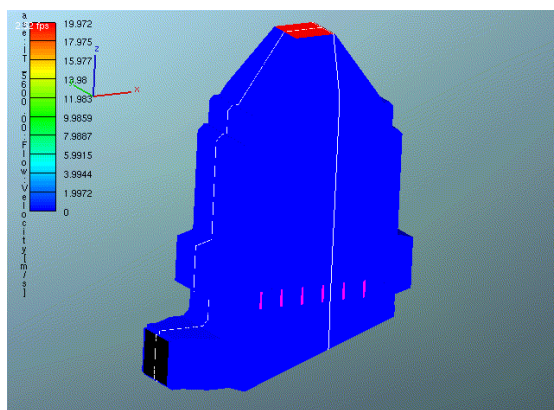
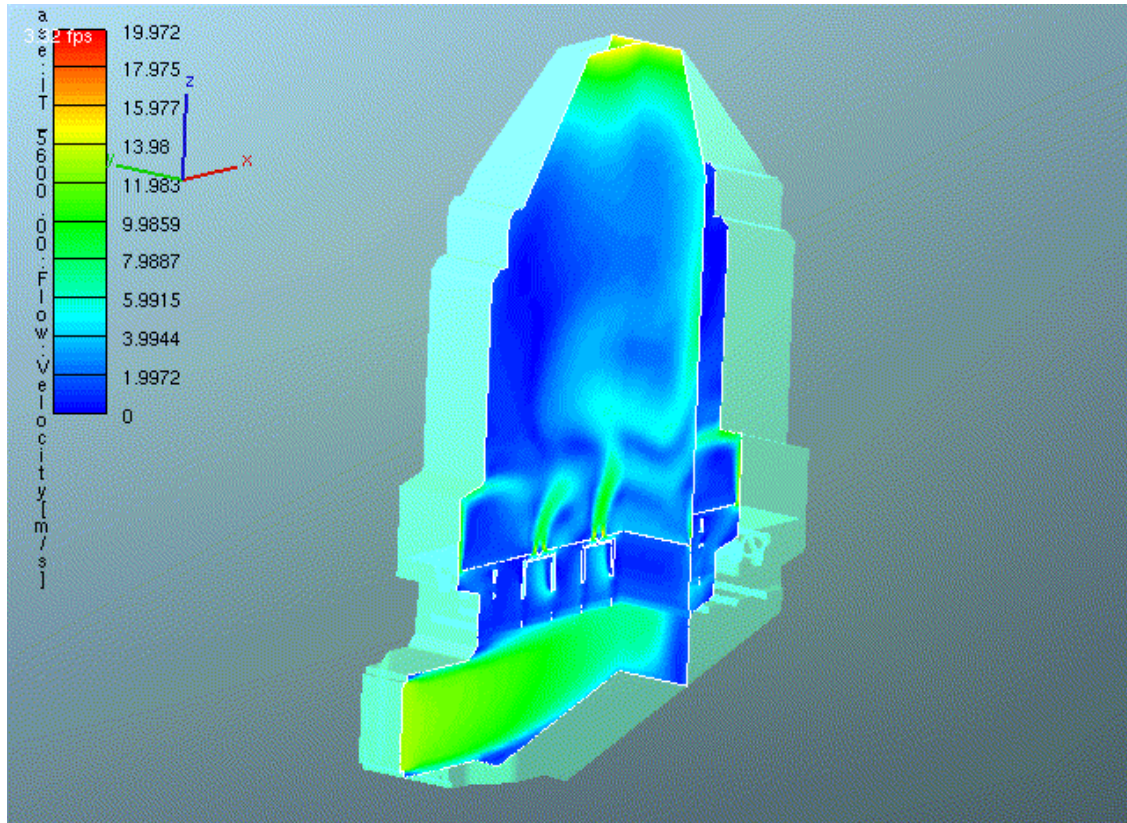
Slika 5.6. Distribucija brzina strujanja u vertikalnoj ravnini generatoru pare

Trodimenzionalna distribucija brzina strujanja prikazana je na slikama 5.7, 5.8, 5.9, 5.10, 5.11, 5.12 i 5.13 u različitim presječnim ravninama. Na slici 5.7 generator pare je presječen s dvije vertikalne i međusobno okomite ravnine, gdje bočna ravnina siječe generator pare kroz os srednjeg gorionika. Na slici 5.8 generator pare je također presječen s dvije vertikalne ravnine, gdje bočna ravnina siječe generator pare između drugog i trećeg gorionika.

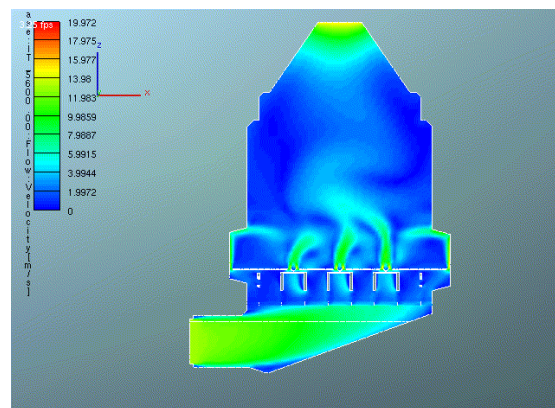
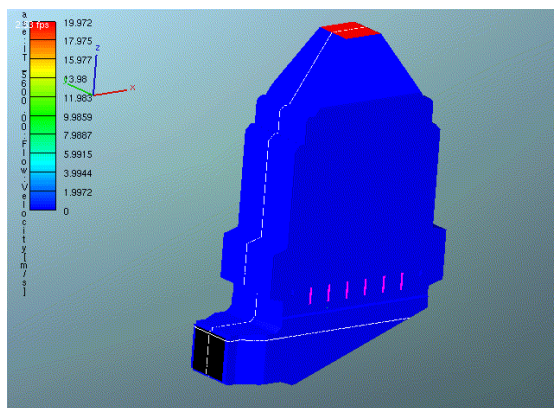
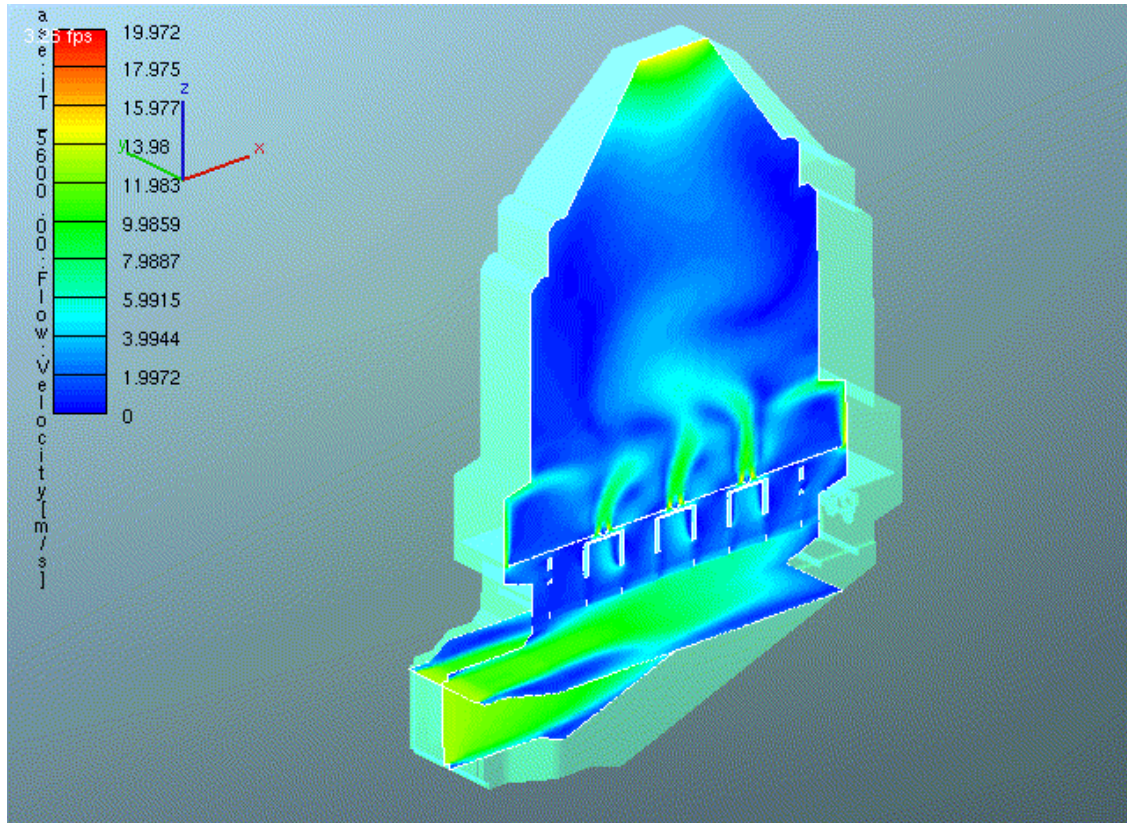
Na slikama 5.9, 5.10, 5.11, 5.12 i 5.13 generator pare je presječen s istom vertikalom i različitim horizontalnim ravninama. Na slici 5.9 horizontalna ravnina prolazi donjim dijelom generatora pare, pa je pored vertikalne prikazana i horizontalna distribucija brzina u tome dijelu. Na slici 5.10 prikazana je vertikalno-horizontalna distribucija brzina ispred poroziteta odnosno izmjenjivača topline. Distribucija brzina strujanja iznad ravnine gorionika prikazana je slikama 5.11, 5.12 i 5.13.



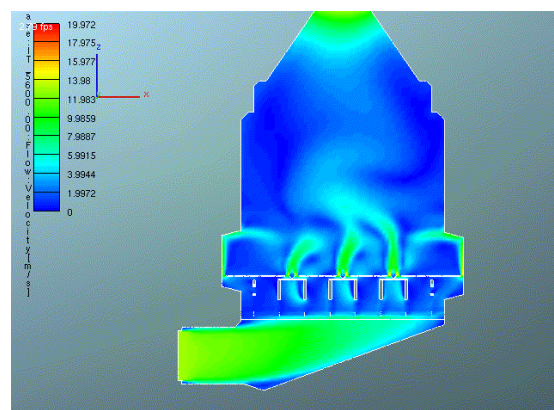
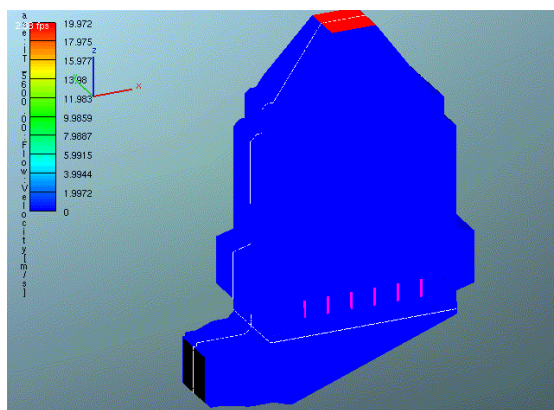
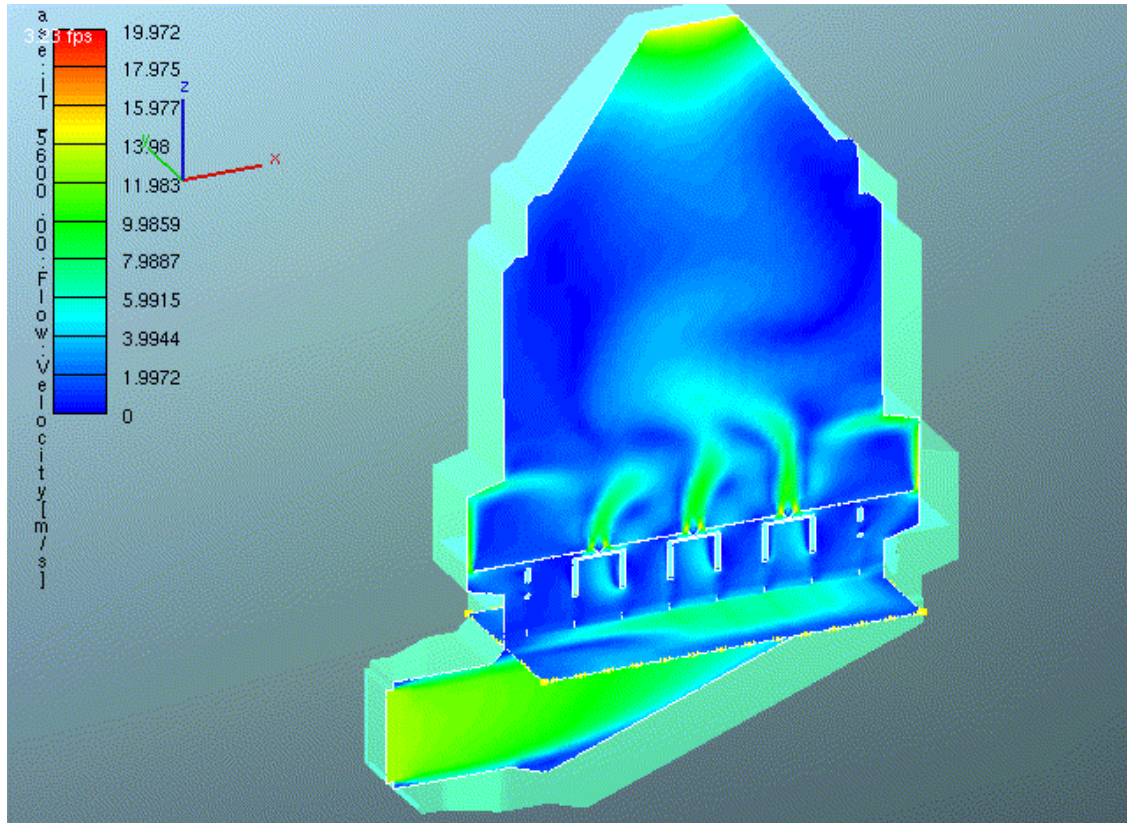
Slika 5.7. Trodimenzionalna distribucija brzina strujanja u generatoru pare, gdje bočna ravnina siječe generator pare kroz os srednjega gorionika



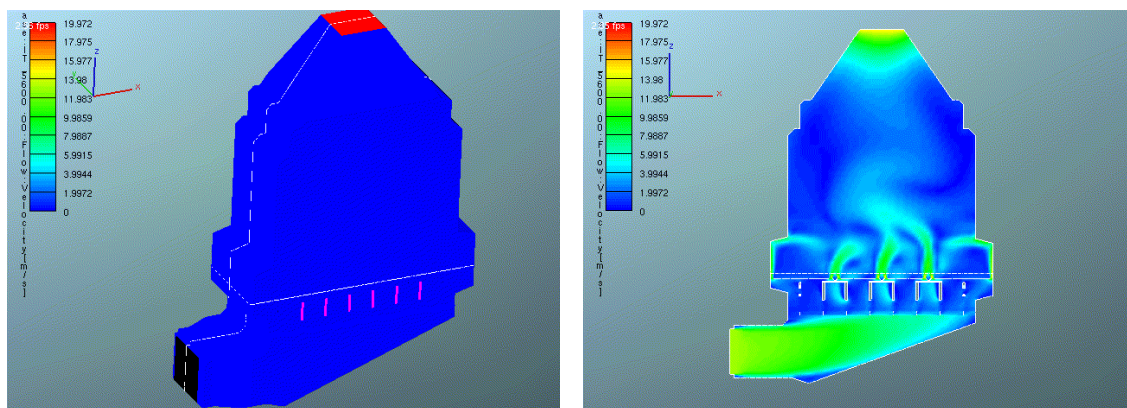
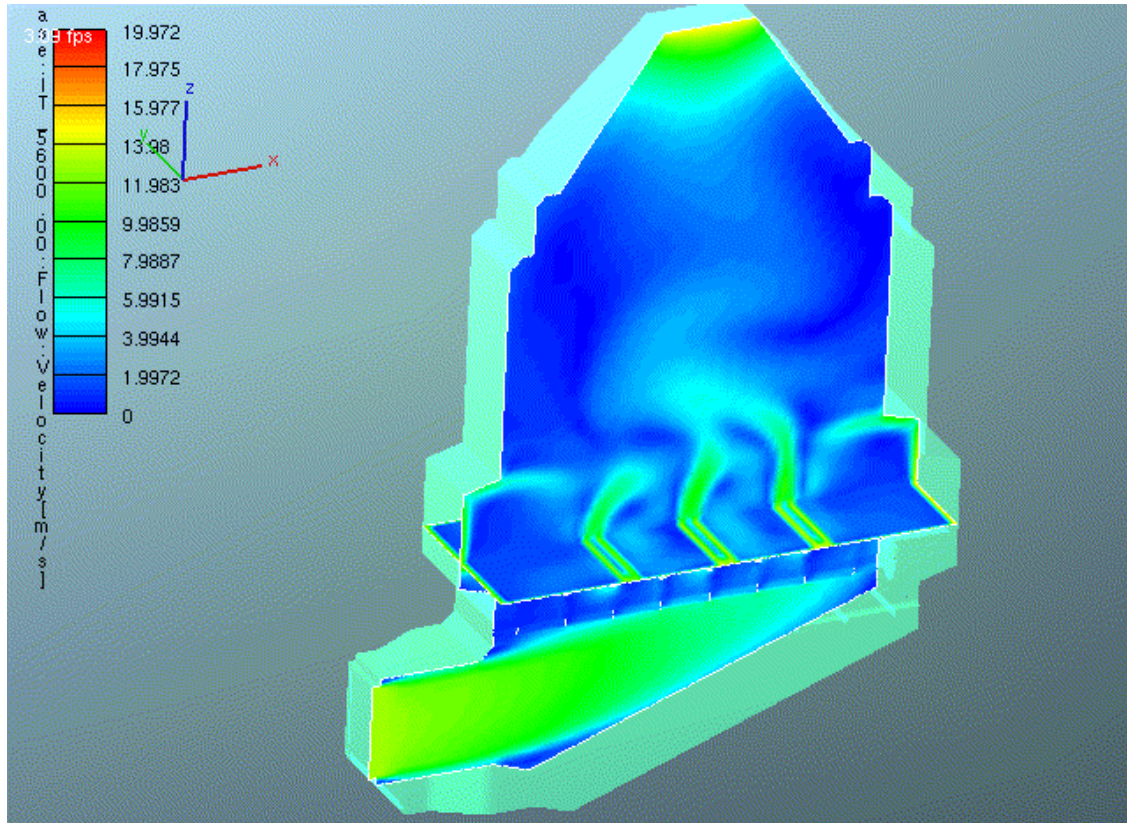
Slika 5.8. Trodimenzionalna distribucija brzina strujanja u generatoru pare, gdje bočna ravnina siječe generator pare između drugog i trećeg gorionika



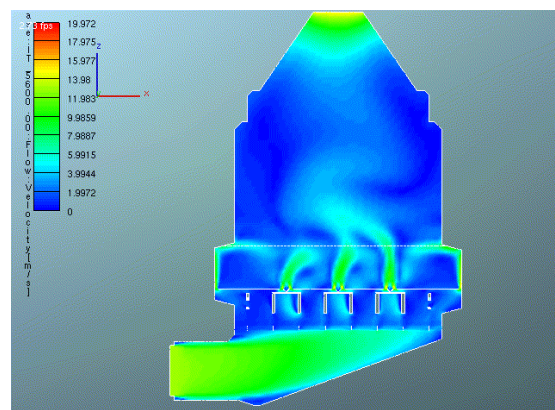
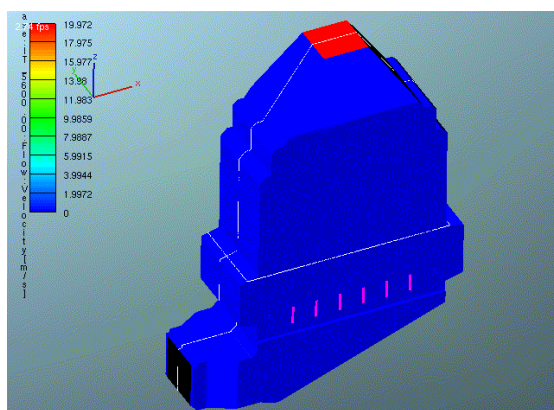
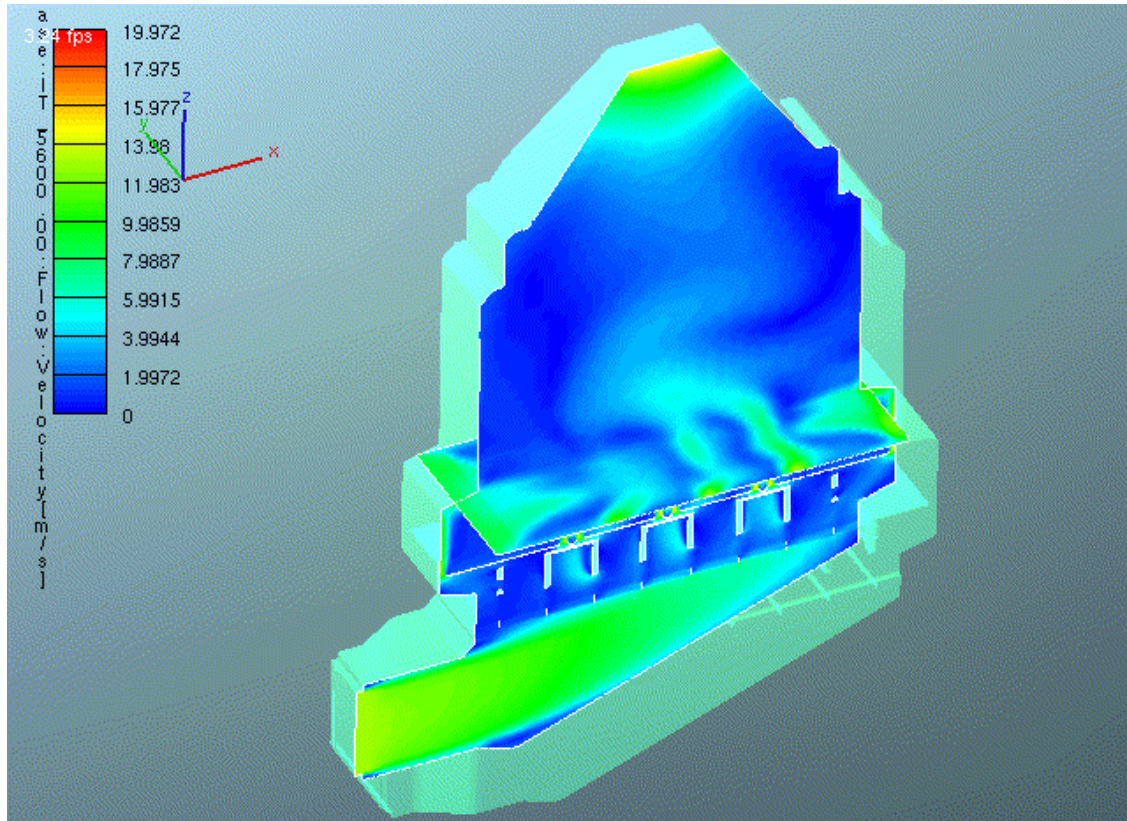
Slika 5.9. Trodimenzionalna distribucija brzina strujanja u donjem dijelu generatoru pare



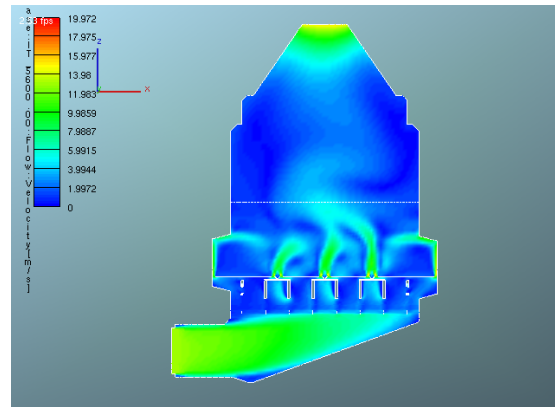
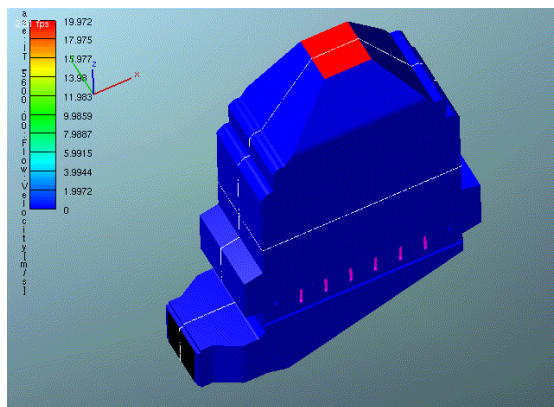
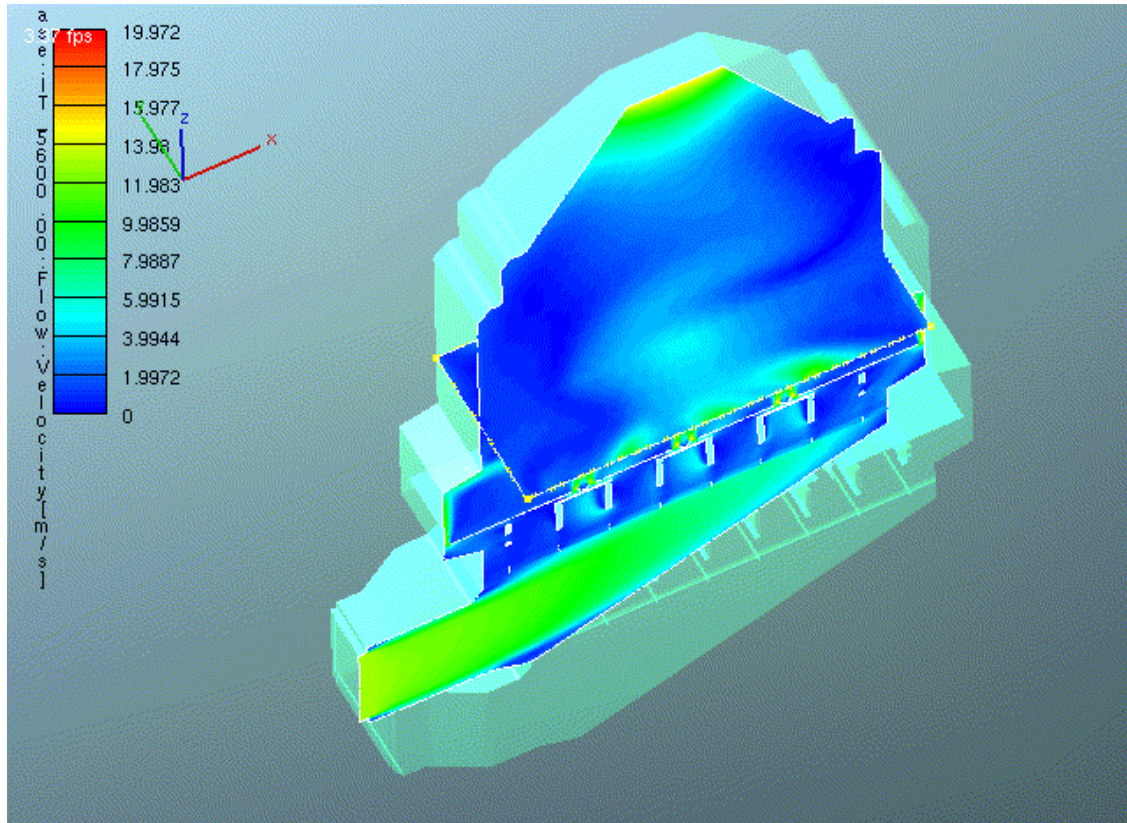
Slika 5.10. Trodimenzionalna distribucija brzina strujanja u generatoru pare ispred poroziteta



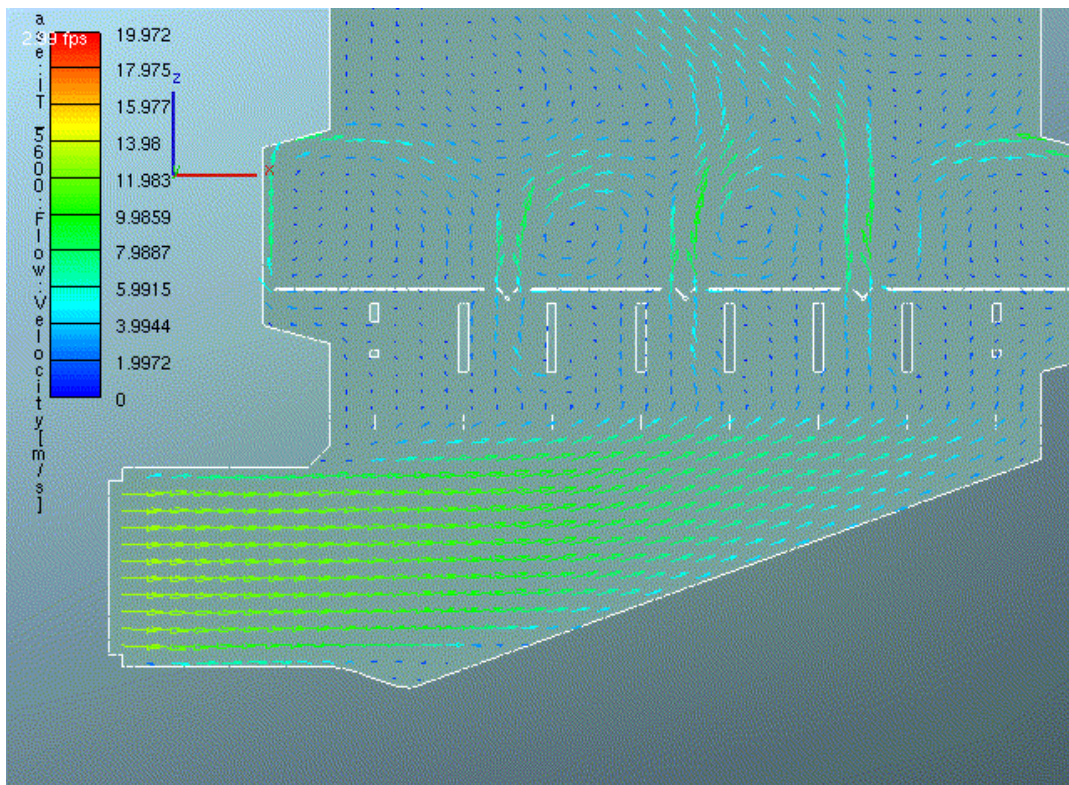
Slika 5.11. Trodimenzionalna distribucija brzina strujanja u generatoru pare iznad gorionika, $z=11$ m



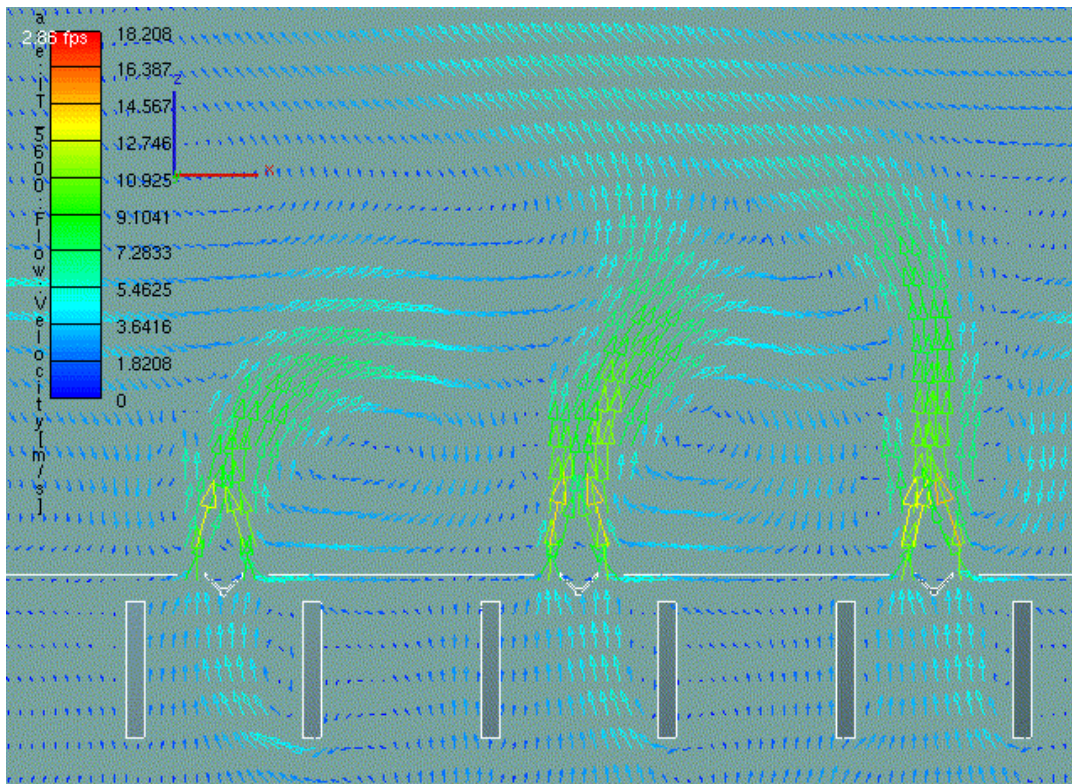
Slika 5.12. Trodimenzionalna distribucija brzina strujanja u generatoru pare iznad gorionika, $z=15$ m



Slika 5.13. Trodimenzionalna distribucija brzina strujanja u generatoru pare iznad gorionika, $z=18$ m

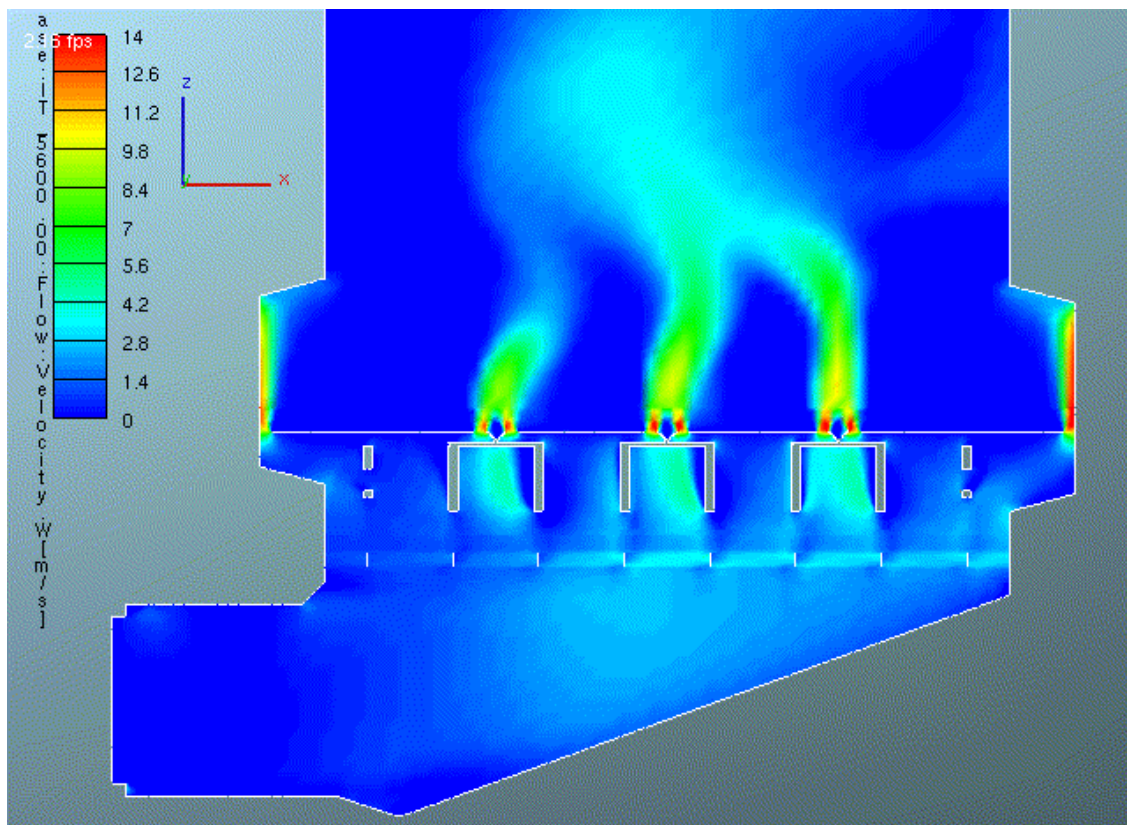


Slika 5.14. Distribucija vektora brzina strujanja u donjem dijelu generatora pare

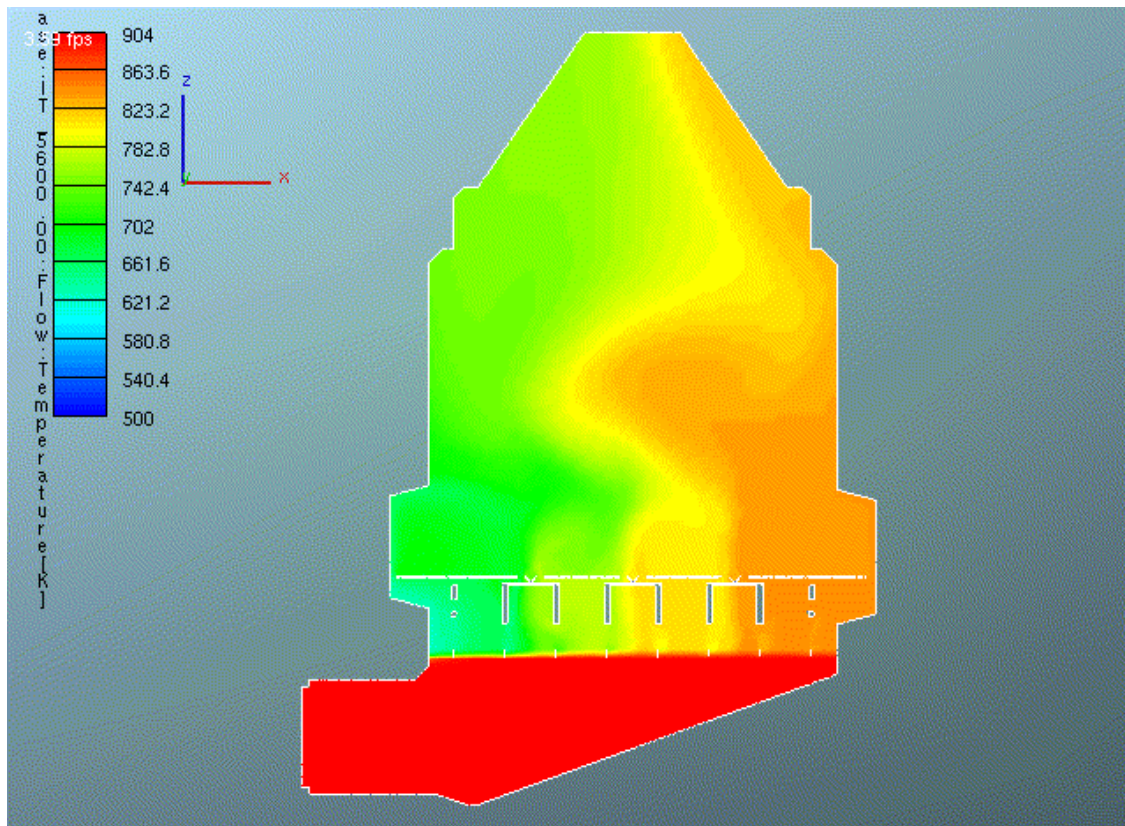


Slika 5.15. Distribucija vektora brzina strujanja oko gorionika

Na slici 5.14 prikazana je distribucija vektora brzina strujanja u donjem dijelu generatora pare, a na slici 5.15 prikazana je distribucija vektora brzina strujanja u području između gorionika i horizontalnih ploča. Vidi se da su najveće brzine strujanja u području između trećeg gorionika i horizontalnih ploča smještenih u desnom dijelu generatora pare. Brzine strujanja u tome dijelu iznose do 16.5 m/s, dok brzine strujanja u području oko srednjeg gorionika su nešto niže i iznose do 15.5 m/s. U lijevom dijelu generatora pare, u području oko prvoga gorionika dobivene su još niže brzine strujanja, a iznose do 14 m/s. Također se vidi se da dolazi do stvaranja vrtložnog strujanja u središnjem dijelu tj. u području iznad horizontalnih ploča smještenih u generatora pare. Na slici 5.17 prikazana je vertikalna komponenta brzine w , a vidi se da dolazi do njenog povećanja kako u porozitetu tako i u središnjem dijelu generatora pare odnosno u području između gorionika i horizontalnih ploča.



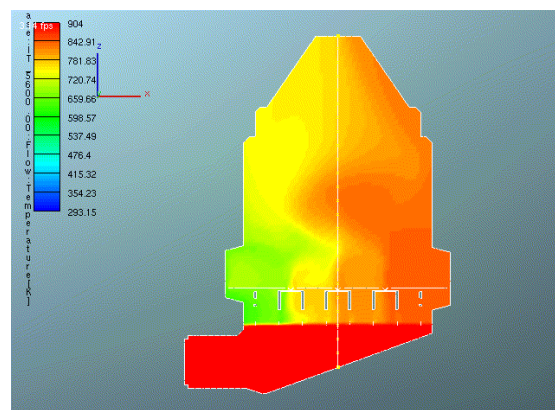
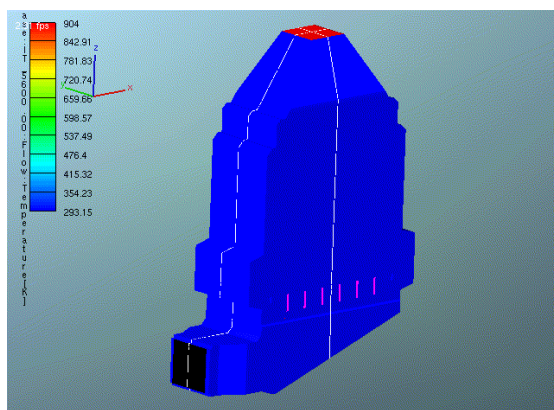
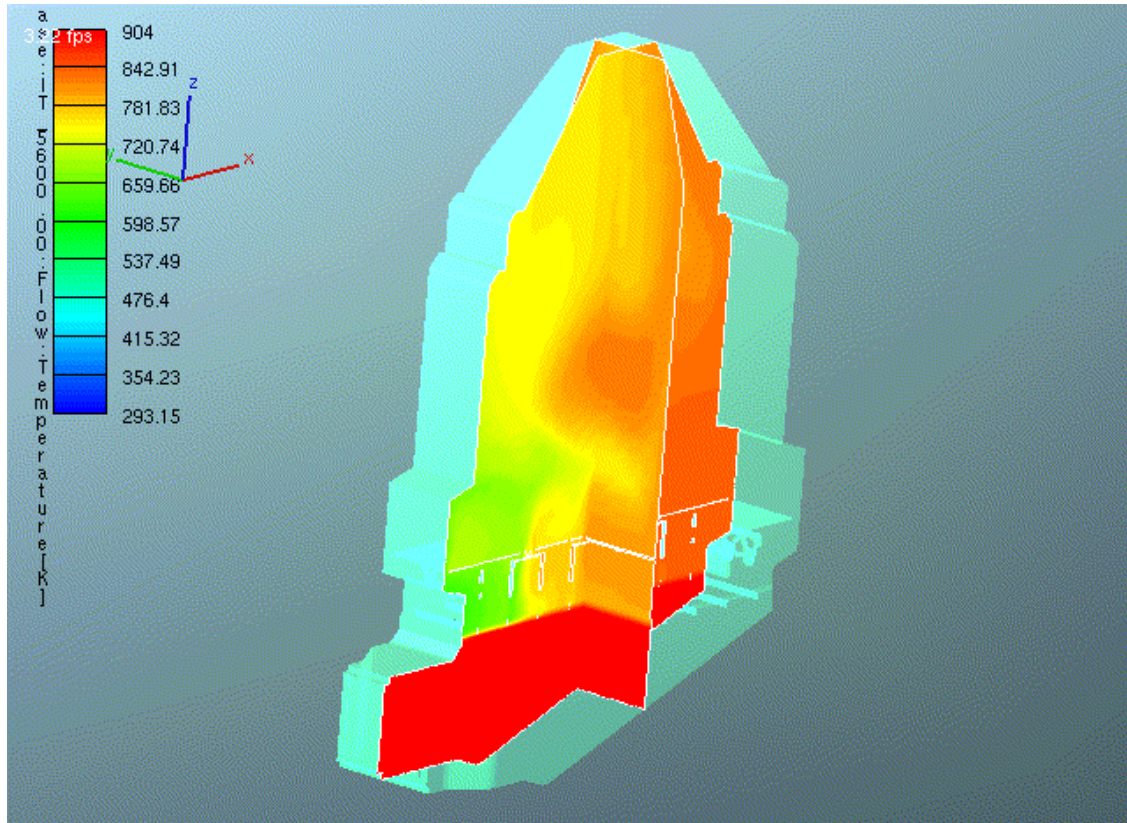
Slika 5.17. Distribucija vertikalne komponente brzine strujanja- w



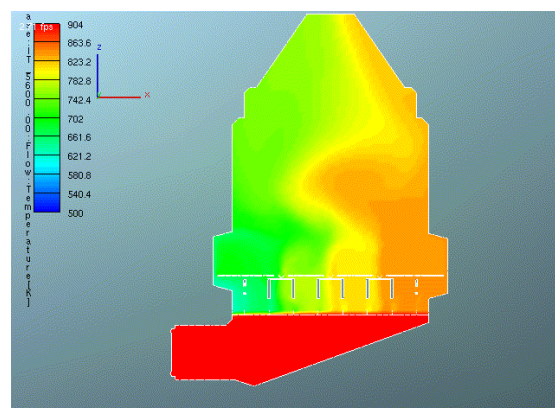
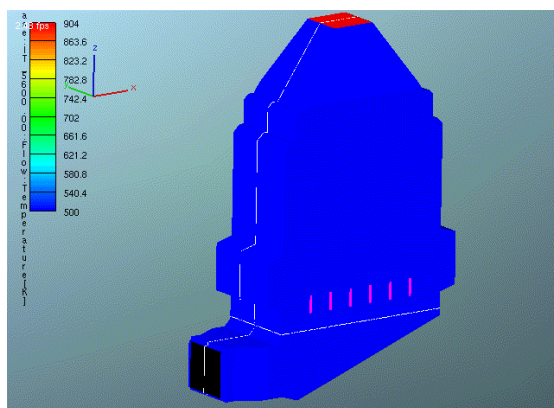
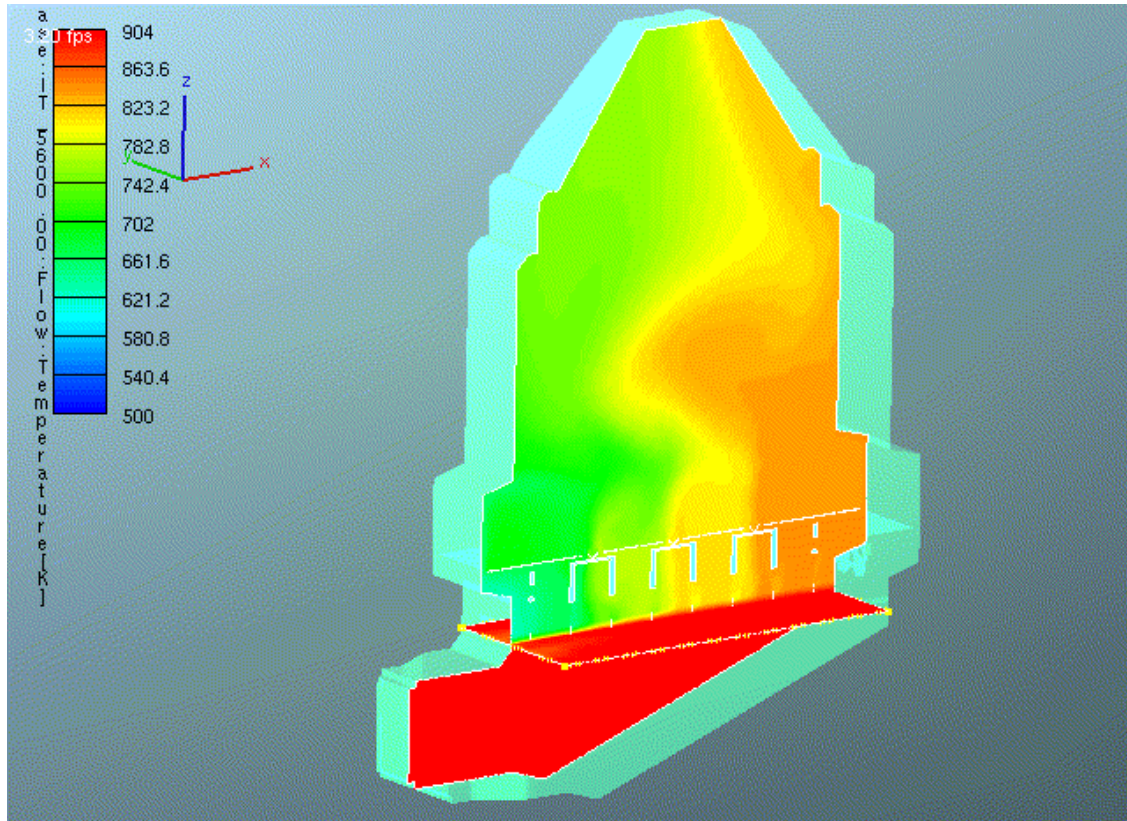
Slika 5.18. Distribucija temperature u vertikalnoj ravnini generatora pare

Na slici 5.18 prikazana je distribucija temperature u vertikalnoj ravnini generatora pare. Na slici se vidi kako dolazi do hlađenja vrućih ispušnih plinova pri strujanju kroz generator pare na otpadnu toplinu. Do prijenosa topline dolazi u izmjenjivaču topline (modeliranom kao porozitet) između vrućih ispušnih plinova (zraka) i pregrijane pare. Vrući ispušni plinovi predaju toplinu i pri tome se hlade, a pregrijana para prima toplinu i pri tome se zagrijava od 573 K do 823 K. Prosječna temperatura ispušnih plinova ispred izmjenjivača topline je 904 K, a iznad izmjenjivača topline temperatura ispušnih plinova se kreće od 640 K do 845 K. Znači da se ispušni plinovi hlade u izmjenjivaču topline od 60 K do 265 K. Uočljivo je da je temperatura plinova pri izlasku iz izmjenjivača topline niža s lijeve strane nego s desne strane generatora pare. Jasno je da dolazi do intenzivnijeg hlađenja ispušnih plinova s lijeve strane, budući da je i temperatura hladila, u našem slučaju pregrijane pare, niža na lijevoj strani generatora pare.

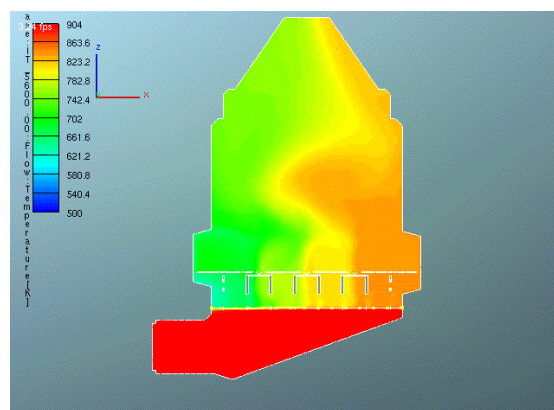
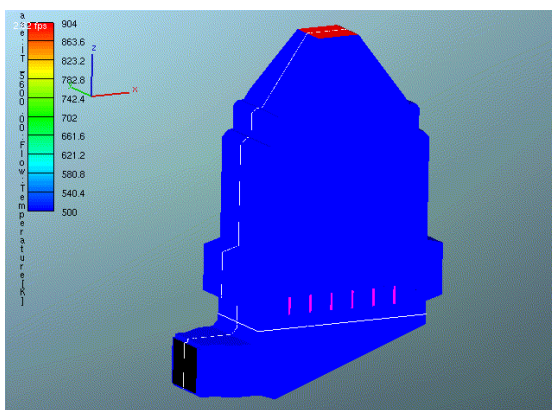
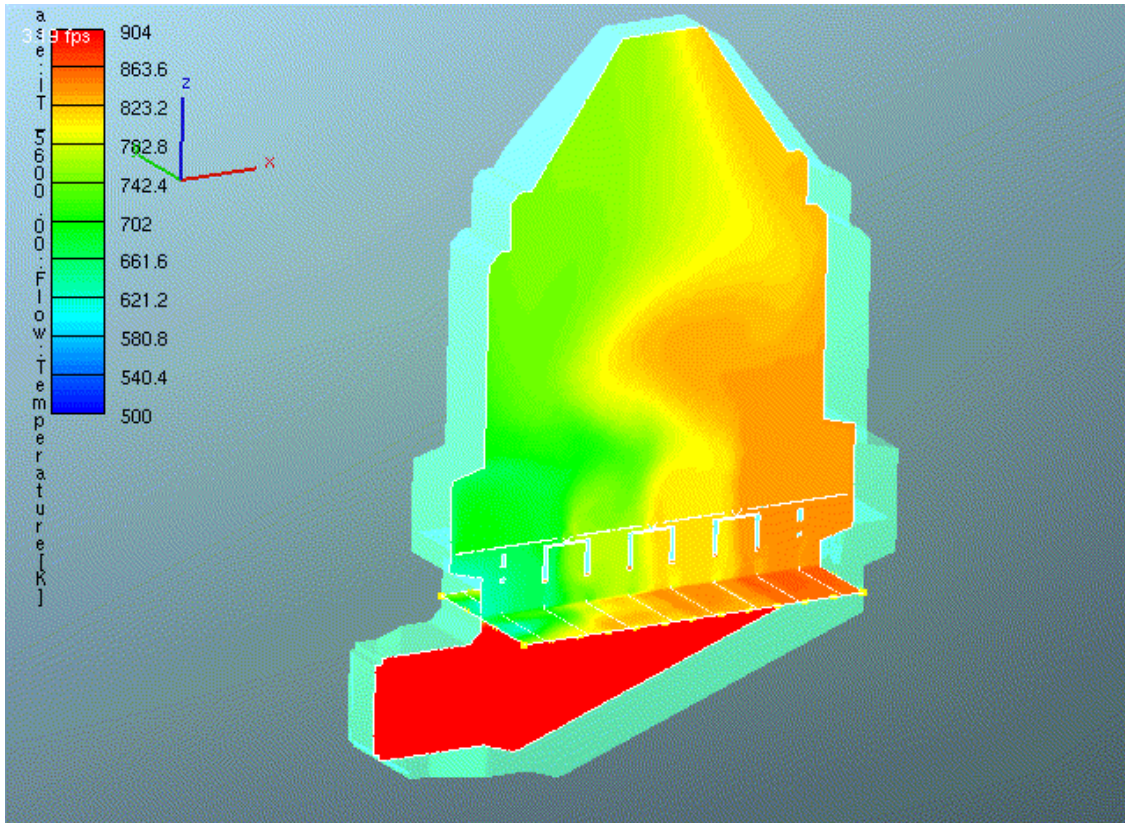
Trodimenzionalna distribucija temperature prikazana je na slikama 5.19, 5.20, 5.21 i 5.22 u različitim presječnim ravninama. Na slici 5.19 generator pare je presječen s dvije vertikalne i međusobno okomite ravnine, gdje bočna ravnina siječe generator pare kroz os srednjeg gorionika. Na slikama 5.20, 5.21, 5.22 generator pare je presječen s istom vertikalom i različitim horizontalnim presječnim ravninama. Na slici 5.20 prikazana je vertikalno-horizontalna distribucija temperature, gdje horizontalna ravnina siječe generator pare ispred izmjenjivača topline. Prema distribuciji temperature u horizontalnoj ravnini vidi se da je temperatura plinova konstantna tj. da nije došlo do prijenosa topline. Na slici 5.21 prikazana je vertikalno-horizontalna distribucija temperature, gdje horizontalna ravnina siječe generator pare po sredini izmjenjivača topline. Uočljivo je da je došlo do prijenosa topline s ispušnih plinova na pregrijanu paru, odnosno došlo je do hlađenja ispušnih plinova. Distribucija temperature u horizontalnoj ravnini iznad izmjenjivača topline je prikazana na slici 5.22. Vidi se da je došlo do daljnjeg hlađenja ispušnih plinova, te da su se ispušni plinovi znatno više ohladili u lijevom nego u desnom dijelu generatora pare.



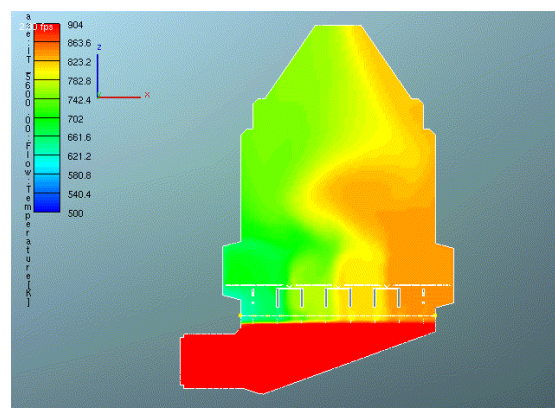
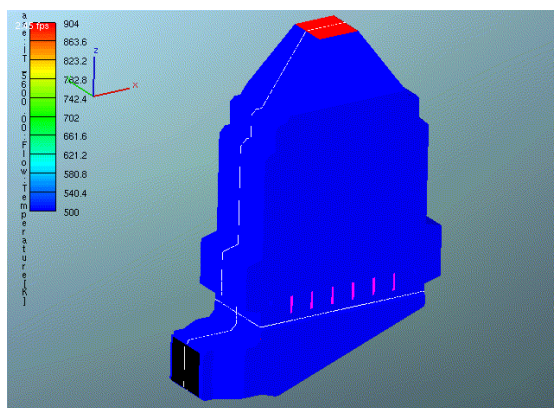
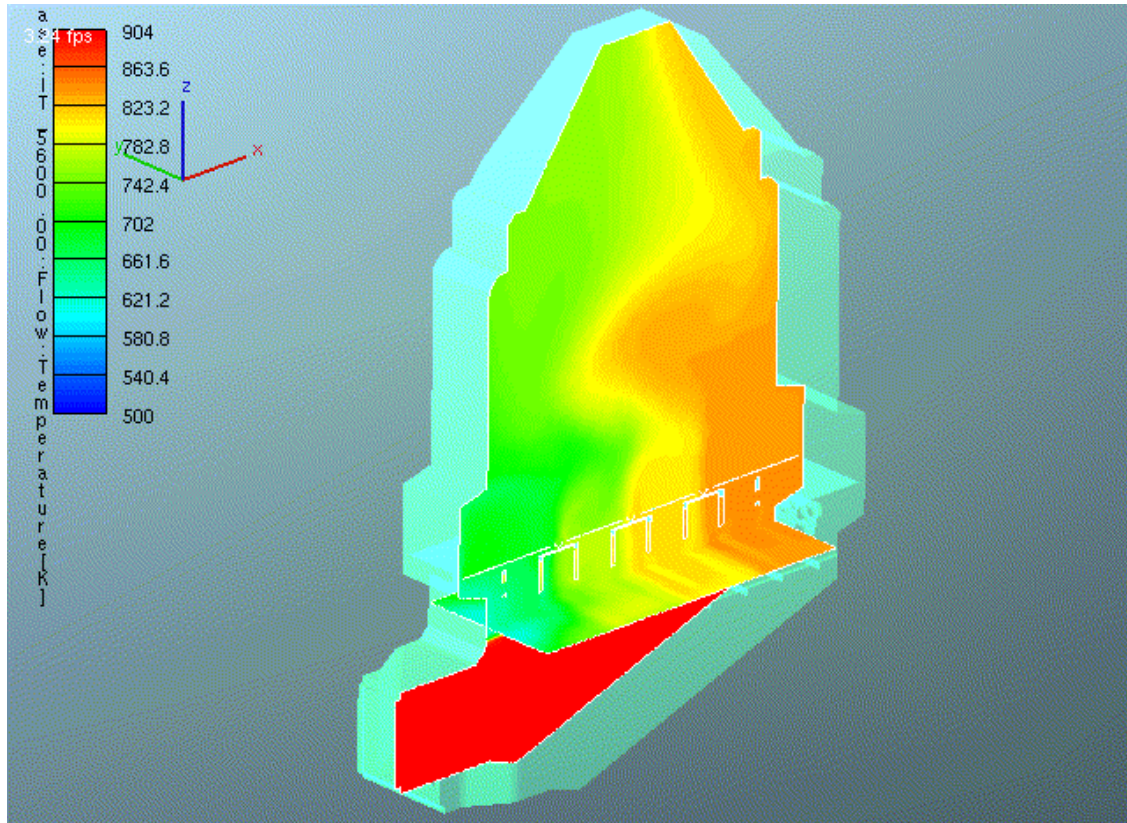
Slika 5.19. Trodimenzionalna distribucija temperature s dvije međusobno okomite vertikalne presječne ravnine



Slika 5.20. Trodimenzionalna distribucija temperature s horizontalnom presječnom ravninom ispred izmjenjivača topline



Slika 5.21. Trodimenzionalna distribucija temperature s horizontalnom presječnom ravninom po sredini izmjenjivača topline



Slika 5.22. Trodimenzionalna distribucija temperature s horizontalnom presječnom ravninom iznad izmjenjivača topline

6. ZAKLJUČAK

U ovom je radu izvedena računalna simulacija trodimenzionalnog strujanja u kompleksnoj geometriji generatora pare na otpadnu toplinu.

Budući da je generator pare na otpadnu toplinu dio kombiniranog plinsko-parnog turbinskog postrojenja, u prvome dijelu diplomskog rada izneseni su osnovni procesi i svojstva kombi-postrojenja. Na temelju iznesenog, može se zaključiti da su u posljednje vrijeme, kombinirana plinsko-parna turbinska postrojenja znatno napredovala što se tiče korisnosti, pouzdanosti i visokih zahtjeva za očuvanje okoline. To im je omogućilo da danas u svijetu postanu najekonomičnija i najperspektivnija termoenergetska postrojenja za proizvodnju električne energije.

U drugom dijelu ovoga rada modelirano je i simulirano strujanje u generatoru pare, gdje su dobiveni rezultati pokazali dobro slaganje s eksperimentalnim rezultatima i rezultatima drugih numeričkih modela. Na temelju toga može se zaključiti da oblik strujanja u generatoru pare, dobiven programskim paketom "CFD Workflow Manager" predstavlja stvarno strujanje, te se na temelju tih rezultata može pristupiti poboljšanju izvedbe generatora pare na otpadnu toplinu.

Na kraju može se zaključiti da modeliranje i numerička simulacija prijenosa mase i topline u industrijskim objektima se razvija već dugi niz godina, ali tek u današnje vrijeme dostignut je takav nivo da je industrijska primjena ove tehnologije ekonomična i tehnički izvodljiva. Bolje hardverske performanse u kombinaciji sa brzim razvojem numeričkih metoda omogućile su danas da se u kratkom vremenu provedu opsežna istraživanja i proračuni strujanja u praksi. Na taj način moguće je skratiti sveobuhvatno eksperimentalno istraživanje sa kompleksnim modelima koje rezultira visokom cijenom i velikim utroškom vremena, te povećati konkurentnost proizvoda industrijskih partnera na domaćem i stranom tržištu.

7. LITERATURA

- [1] Novak P., Od divova do patuljaka i obrnuto ili što nas čeka u energetici?, EGE3/01, objavljeno na: http://www.ege.hr/casopis/pdf/ege0301_67-69.pdf
- [2] Aoki S., Trend and key technologies for gas turbine combined cycle power generation in a globally competitive market and environmental regulations, Proceedings of 2000 International Joint Power Generation Conference Miami Beach, Florida, July 23-26, 2000, published on:
<http://asme.pinetec.com/ijpgc2000/data/pdfs/15084.pdf>
- [3] Fluent, Comprehensive Flow Modeling Solutions for Power Generation, Fluent Inc, Lenanon, USA, 2001, published on:
<http://www.fluent.com/solutions/brochures/power.pdf>
- [4] Surette R., Method of Improving Efficiency of Combined Cycle Power Plants, California Energy Commission, 1999, published on:
<http://eisg.sdsu.edu/Fullsums/00-28.htm>
- [5] Bockelie M.J., Swensen D.A., Denison M.K., Sarofim A.F., A Computational Workbench Environment For Virtual Power Plant Simulation, presented at the Vision 21 Program Review Conference, Morgantown, WV, 2001, published on:
<http://www.reaction-eng.com>
- [6] Romero C.E., Sarunac N., Levy E.K., Bilirgen H., Techniques to Improve Measurement Accuracy in Power Plant Reported Emission, Energy Research Center, Lehigh University Bethlehem, Pennsylvania, published on:
<http://www.isa.org/fmo/newsweb/pdf/techniques.pdf>
- [7] Alstom, Gas turbine range-overview, Alstom (Switzerland) Ltd, Baden, 2002
- [8] Henry R. L., Distributed power generation the logical response to restructuring and convergence, Energy + Power Center, Illinois Institute of Technology, April 8, 1998, published on:
<http://www.distributed-generation.com/dpca/publications/linden/linden.pdf>
- [9] Kehlhofer R.H., Warner J., Nielsen H., Bachmann R., Combined-cycle gas steam turbine power plant, Second edition, PennWell, Tulsa, Oklahoma, 1999
- [10] Staniša B., Svojstva suvremenih kombiniranih plinsko-parnih turbinskih postrojenja, Strojarstvo, Broj 3,4, Časopis za teoriju i praksu, Zagreb, 1994

- [11] Staniša B., Mogućnost rekonstrukcije parnih turbinskih postrojenja u kombinirana plinsko-parna turbinska postrojenja, Zbornik tehničkog fakulteta Rijeka, 1993
- [12] EDUCOGEN – An educational tool for cogeneration, second edition (2001), published on: <http://www.cogen.org/projects/educogen.htm>
- [13] Lekić A., Neke novije energetske tehnologije, Mašinski fakultet Sarajevo, objavljeno na: <http://www.mef.unsa.ba/ce/izdanja/Lekic-XI.pdf>
- [14] Martinis V., Prijenos topline i mase, Inženjerski priručnik, Poglavlje 2. Inženjerske numeričke metode, Školska knjiga, Zagreb, 1996
- [15] Schneider D. R., Modeliranje prijenosa topline zračenjem u ložištu primjenom Monte Carlo metode, magisterij, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, 1997
- [16] Wendt F.J., Computational Fluid Dynamics, A von Karman Institute Book, Springer-Verlag, New York, 1992
- [17] Schentz A.J., Fuhs E.A, Handbook of Fluid Dynamics and Fluid Machinery, Volume II: Experimental and Computational Fluid Dynamics, John Wiley & Sons, Toronto, 1996
- [18] Gerritsma M.I., Computational Fluid Dynamics, Delft University Press, July 16, 2002, published on: <http://www.hsa.lr.tudelft.nl/~marc/ICFD.html>
- [19] David Apsley, Introduction to CFD, University of Manchester Institute of Science and Technology, 2003, published on: <http://personalpages.umist.ac.uk/staff/david.d.apsley/lectures/comphydr/introcfdr.pdf>
- [20] ,Institut za nuklearne nauke-Vinča, Centar za numeričku simulaciju, objavljeno na: <http://www.vin.bg.ac.yu/140/Serbian/Numerika.htm>
- [21] Stojković D., Jovićić N., Mešić E., Durst F., Primjena CFD-a na računarima visokih performansi u rješavanju inženjerskih performansi, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg-Njemačka, Institut za Mehaniku Fluida, 2002, published on: <http://www.mfze.unsa.ba/casopis/broj19/primjena%20CFD-a%20na%20racunarima%20visokih.pdf>

- [22] Fox W.R., McDonald A.T., Introduction to Fluid Mechanics, School of Mechanical Engineering, Purdue University, Fourth Edition, John Wiley & Sons, New York, 1994
- [23] Virag Z., Dinamika plinova, Predavanja iz kolegija Dinamika plinova, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb
- [24] Spurk H.J., Fluid Mechanics, Problems and Solutions, Springer-Verlag, Berlin, 1997
- [25] Alfirević I., Osnovni pojmovi i definicije mehanike fluida, Poglavlje 8.- Mehanika fluida, Inženjerski priručnik, Školska knjiga, Zagreb, 1996
- [26] Hanjalić K., Dinamika stišljivog fluida, Izkro "Svjetlost", Sarajevo, 1978
- [27] Miyake. Y., Tsujimoto K., Beppu H., DNS of a turbulent flow in a wavy channel, Proc. of the Turbulence and Heat and Mass Transfer, Lisbon, 1994
- [28] Duić N., Prilog matematičkom modeliranju izgaranja plinovitog goriva u ložištu generatora pareu, doktorska disertacija, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, 1998
- [29] Peyret R., Taylor D.T., Computational methods for fluid flow, Springer-Verlag, New York, 1983
- [30] AVL SWIFT, CFD Solver v3.1.1, Swift Version 3, Theory, AVL, Graz, 2003
- [31] Apsley D., Turbulence modeling in CFD, University of Manchester Institute of Science and Technology, 2002, published on: <http://personalpages.umist.ac.uk/staff/david.d.apsley/lectures/comphydr/turbcomphydr.pdf>
- [32] AVL SWIFT, CFD Workflow Manager v1.1.1, Swift Version 3, User's Guide, AVL, Graz, 2003
- [33] AVL SWIFT, Porosity, Swift Version 3, AVL, Graz, 2003